

Pembentukan Portofolio *Robust Mean-Variance* Saham Syariah Jakarta Islamic Index (JII) Melalui Pendekatan Analisis Klaster *K-Medoids*

ALFINA V. I. WIDIAWATI¹, EPHA DIANA SUPANDI²

^{1, 2}Program Studi Matematika Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga Yogyakarta, Indonesia
e-mail: alfinavionaiw03@gmail.com

ABSTRAK

Portofolio adalah kumpulan dari beberapa aset. Tujuan pembentukan portofolio yaitu untuk menghasilkan *return* yang paling tinggi sambil mengurangi risiko. Untuk menghindari *outlier* yang sering terjadi dalam portofolio model *Mean-Variance* (MV), perlu menggunakan estimasi *robust*. Data penelitian menggunakan *closing price* bulanan dari saham-saham yang konsisten selalu masuk ke dalam kelompok Jakarta Islamic Index (JII) periode Januari 2019 – Juni 2023. Tahap awal analisis menggunakan teknik klastering metode *K-Medoids* berdasarkan pada nilai *expected return* dan risiko. Klasterisasi dilakukan untuk menghemat waktu dan menekan biaya manajemen portofolio. Hasil analisis klaster menciptakan dua klaster. Saham INCO dan ADRO mewakili klaster pertama, dan saham KLBF dan AKRA mewakili klaster kedua. Keempat saham representasi tersebut dibentuk portofolio MV *robust* S dan portofolio MV *robust Constrained-M* (CM). Kinerja portofolio diukur menggunakan *sharpe ratio*. Hasil analisis menunjukkan bahwa kinerja model portofolio *robust* MV estimasi *Constrained-M* (CM) mengungguli kinerja model portofolio *robust* MV estimasi S.

Kata Kunci: Estimasi Robust, *K-Medoids*, *Mean-Variance*, Portofolio

ABSTRACT

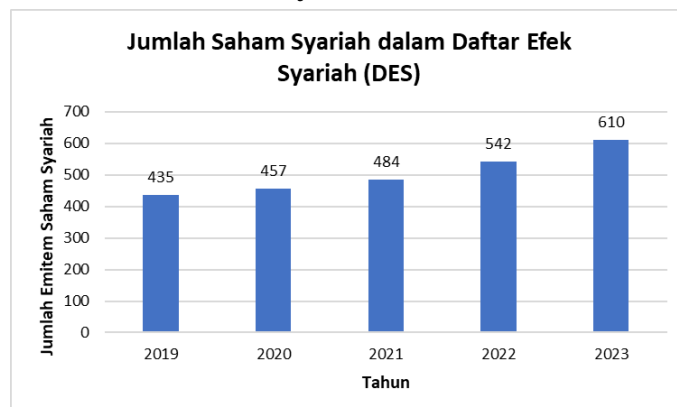
A portfolio is an assortment of several items. The goal of portfolio construction is to get the maximum return at the least amount of risk. Robust estimate is a means to mitigate the sensitivity of the Mean-Variance (MV) model portfolio to outliers. The research data uses monthly closing prices of stocks that are consistently included in the Jakarta Islamic Index (JII) group for the period January 2019 - June 2023. The initial stage of analysis uses the *K-Medoids* method clustering technique based on the expected return and risk values. The purpose of the clustering is for time efficiency and to reduce the amount of costs in managing the portfolio. The results of the cluster analysis formed two clusters, where the first cluster is represented by INCO and ADRO stocks. While the second cluster is represented by KLBF dan AKRA stocks. The four representative stocks are formed MV *robust* S portfolio and MV *robust Constrained-M* (CM) portfolio. Portfolio performance is measured using the *sharpe ratio*. According to the analysis's findings, the *Constrained-M* (CM) estimation MV *robust* portfolio model performs better than the S estimation MV *robust* portfolio model.

Keywords: *K-Medoids*, Portfolio *Mean-Variance*, Robust Estimation.

1. PENDAHULUAN

Investasi merupakan salah satu bentuk penanaman suatu aset atau harta dalam kurun waktu yang ditentukan. Orang yang melangsungkan investasi membeli saham saat ini dengan keinginan memperoleh benefit dari nilai saham yang mungkin meningkat atau pembagian dividen di masa mendatang. Dalam investasi, dividen berfungsi sebagai imbalan atas upaya dan risiko (Adyana, 2020). Dalam berinvestasi, terdapat beragam bentuk investasi, salah satunya adalah investasi syariah. Investasi syariah merupakan investasi atau pelibatan modal untuk bisnis yang objek dan proses dari kegiatan usaha tersebut secara sadar sejalan dengan aturan syariah. Saham syariah menjadi salah satu instrument dari investasi syariah. Saham syariah

diperuntukan kepada para investor yang tertarik berinvestasi tanpa meninggalkan syariat Islam. Berdasarkan catatan dari Bursa Efek Indonesia (BEI), per Mei 2022 terdapat sekitar 110.371 investor yang melakukan investasi saham syariah.



Gambar 1. Perkembangan Saham Syariah

Gambar 1 merupakan grafik dari kenaikan saham syariah selama 5 tahun terakhir. Jumlah emitem saham syariah meningkat 40%, yaitu 435 emitem saham pada tahun 2019 menjadi 610 emitem saham pada tahun 2023. Dari grafik perkembangan saham syariah tersebut menunjukkan bahwa investasi saham syariah menunjukkan potensi pengembangan dari tahun ke tahun.

Seorang investor melangsungkan investasi dengan keinginan guna mendapat benefit yang paling besar dengan kerugian yang sekecil-kecilnya. Dalam berinvestasi, terdapat salah satu rencana yang harus diterapkan, yaitu dengan membentuk portofolio. Tujuan utama dalam membentuk portofolio yaitu memaksimalkan keuntungan (*return*) serta meminimalkan risiko (Supandi, 2017).

Harry Markowitz pertama kali mengembangkan korelasi antara keuntungan (*return*) dan risiko pada tahun 1952, dengan memperkenalkan proses pemilihan portofolio. Markowitz menekankan bahwa salah satu cara mengurangi risiko adalah dengan membuat portofolio dari berbagai sekuritas. Selain itu, menurut Markowitz, investor menganalisis dan memilih sekuritas berdasarkan *return* ekspektasi dan variasi *return* sekuritas tersebut. Model portofolio yang dikemukakan oleh Markowitz ini disebut juga sebagai Portofolio *Mean-Variance* (MV) (Markowitz, 1952). Vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi, yang perlu dihitung dari data yang bisa mudah berubah, merupakan masalah utama dalam model portofolio MV. Parameter dapat diestimasi dengan berbagai metode, tetapi semuanya akan mengandung kesalahan estimasi. Hasil pembentukan portofolio optimal akan sangat dipengaruhi oleh kesalahan estimasi dalam pembuatan model *Mean-Variance*.

Dengan demikian, terdapat beberapa peneliti yang sudah merancang suatu portofolio yang kuat (*robust*) (DeMiguel & Nogales, 2009). Portofolio *robust* meminimalkan kesalahan estimasi, seperti kesalahan estimasi vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi dalam model portofolio *Mean-Variance*. Dalam pembentukan portofolio *robust* optimal, terdapat sebuah pendekatan standar, yaitu melalui pendekatan estimasi *robust*. Suatu portofolio yang kuat telah dibuat oleh beberapa peneliti yang dapat mengurangi kesalahan estimasi matriks variansi-kovariansi dan vektor *mean* pada portofolio model MV (Azim, dkk., 2021). Pada penelitian ini, estimasi *robust* yang digunakan dalam pembentukan portofolio *robust Mean-Variance* adalah estimasi *robust* jenis *affine equivariant*, yaitu estimasi S dan estimasi *Constrained-M* (CM). Hal tersebut karena estimasi S dan estimasi *Constrained-M* (CM) mempunyai *breakdown point* yang tinggi.

Seiring dengan dunia pasar modal yang semakin berkembang serta butuh keefisienan waktu serta besaran anggaran dalam manajemen portofolio, dalam berapa tahun ke belakang, timbul gagasan salah satu langkah awal dalam pembentukan portofolio, yaitu dengan menggunakan analisis kluster. Terdapat beberapa penelitian analisis kluster dalam pembentukan portofolio yaitu Gubu, dkk (2020) telah membuat portofolio dengan memakai analisis kluster *Ward* dan *Complete Linkage* (Gubu, dkk., 2020). Pada penelitian tersebut, kinerja portofolio *robust* dengan menggunakan estimasi FMCD mengungguli kinerja portofolio *robust* estimasi S. Epha, dkk (2023) telah membentuk portofolio *Mean-Variance* menggunakan analisis kluster *K-Mean* (Supandi & Anggara, 2023). Pada penelitian tersebut, portofolio *robust* diestimasi menggunakan estimasi S.

Selain itu, La Gubu, dkk. (2021) menggunakan rangkaian waktu PAM dengan ukuran jarak *Dynamic Time Warping* (DTW) untuk melakukan penelitian tentang pembentukan portofolio saham (Gubu, dkk., 2021). Hasil riset memperlihatkan bahwa performa portofolio yang didapatkan dengan menggabungkan *time series* PAM dengan ukuran disimilaritas jarak DTW dengan model portofolio MV klasik lebih baik daripada performa portofolio yang didapatkan dengan menggabungkan model portofolio *robust* FMCD dan portofolio *robust* S.

Analisis kluster merupakan proses menggabungkan beberapa objek dengan ciri yang sama ke dalam suatu kelompok. Setiap anggota kelompok tersebut bersifat homogen. Pada riset ini cara yang akan dipakai dalam pembentukan cluster atau kelompok adalah metode *K-Medoids*. Analisis kluster metode *K-Medoids* termasuk klustering non hierarki yang teknik analisis klasternya cukup sama dengan cara analisis kluster *K-Mean* guna membagi kumpulan data atau set data menjadi kelompok atau kluster k . Dalam pengelompokan metode *K-Medoids*, masing-masing kluster diwakili oleh salah satu titik data dalam kluster, yang disebut *medoids* dari kluster atau kelompok (Vercillis, 2009). Metode *K-Medoids* kurang sensitif terhadap *outlier* atau data pencilan daripada metode *K-Means*.

2. METODE PENELITIAN

2.1 Portofolio *Mean-Variance*

Pada portofolio *Mean-Variance*, tingkat keuntungan yang diharapkan atau dikenal dengan *expected return* diukur dengan *mean*, sedangkan risiko diukur dengan *variance* (Markowitz, 1952). Portofolio ini meminimumkan risiko berdasarkan pada tingkat *expected return* portofolio. Sehingga, portofolio *Mean-Variance* Markowitz dirumuskan sebagai masalah optimasi berikut (Supandi, 2017):

$$\max_w \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu} - \frac{\gamma}{2} \mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w} \quad \dots(1)$$

$$\text{kendala } \mathbf{w}'\mathbf{e} = 1 \quad \dots(2)$$

di mana \mathbf{w} menyatakan bobot portofolio, $\boldsymbol{\mu}$ yaitu vektor *mean*, $\boldsymbol{\Sigma}$ merupakan matriks variansi-kovariansi, \mathbf{e} yakni matriks kolom dengan semua elemennya yaitu 1, dan $\gamma \geq 0$ menjadi parameter penghindaran risiko (*risk aversion*).

Masalah optimasi pada persamaan (1) dan (2) dapat diselesaikan dengan metode *Lagrange*. Berikut merupakan bentuk fungsi *Lagrange*:

$$L = \mathbf{w}'\boldsymbol{\mu} - \frac{1}{2}\gamma\mathbf{w}'\boldsymbol{\Sigma}\mathbf{w} + \lambda(\mathbf{w}'\mathbf{e} - 1) \quad \dots(3)$$

Berdasarkan pada teorema Kuhn-Tucker (Winston & Goldberg, 2004), sebuah syarat yang perlu untuk persamaan (3) dalam mencapai nilai optimum adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial L}{\partial \mathbf{w}} = 0, \frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \quad \dots(4)$$

Sehingga dari persamaan (3) dan (4) diperoleh:

$$\mathbf{w} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}}{\gamma} (\boldsymbol{\mu} + \lambda \mathbf{e}) \quad \dots(5)$$

dan

$$\mathbf{e}'\mathbf{w} = 1 \quad \dots(6)$$

Substitusi persamaan (5) ke persamaan (6) diperoleh

$$\lambda = \gamma (\mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e})^{-1} - (\mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e})^{-1} \mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\mu} \quad \dots(7)$$

Substitusi persamaan (7) pada persamaan (5), diperoleh persamaan sebagai berikut

$$\mathbf{w} = \frac{1}{\gamma} (\boldsymbol{\Sigma}^{-1} - \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e}(\mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e})^{-1}\mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}) \boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e}(\mathbf{e}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{e})^{-1} \quad \dots(8)$$

Dari persamaan (8), memperlihatkan bahwa bobot dari portofolio (\mathbf{w}) bergantung pada input vektor *mean* $\boldsymbol{\mu}$ dan matriks variansi-kovariansi $\boldsymbol{\Sigma}$.

2.2 Analisis Kluster *K-Medoids*

Dalam penelitian ini, metode *K-Medoids* digunakan untuk melakukan analisis kluster *time series*. Dalam analisis kluster *K-Medoids*, *medoid* kluster adalah titik data yang mewakili masing-masing kluster. *Medoid* dari setiap kluster yang dipilih memiliki ketidakmiripan rata-rata jarak yang minimum dengan anggota kluster yang lain. Analisis kluster *K-Medoids* merupakan teknik analisis kluster yang dikatakan cukup mirip dengan analisis kluster *K-Means* guna mengelompokkan koleksi data menjadi k kluster (Kaufman & Raousseeuw, 1990). *K-Medoids* merupakan salah satu alternatif yang *robust* untuk analisis kluster *K-Means*. Apabila dibandingkan dengan *K-Means*, algoritma *K-Medoids* lebih sensitif terhadap pencilan atau *outlier* karena metode *K-Medoids* menggunakan *medoid* sebagai pusat dari kluster. Dalam proses klustering *K-Medoids*, perlu penentuan jumlah kluster k yang akan dihasilkan nantinya. penentuan jumlah kluster k yang optimal dapat menggunakan dua metode, yaitu metode *silhouette index* atau metode *elbow*.

Sebuah pendekatan analisis kluster yang paling umum untuk *K-Medoids* yaitu *Partitioning Around Medoids* (PAM) (Kaufman & Raousseeuw, 1990). Algoritma dari PAM didasarkan pada pencarian kumpulan data pengamatan untuk k perwakilan titik data atau *medoid* dari data set yang ada. Proses berikut digunakan untuk algoritma analisis kluster PAM:

- 1) Tentukan k atau jumlah kluster. Untuk menentukan jumlah kluster yang optimal, dapat digunakan metode *silhouette index* atau metode *elbow*.
- 2) Menentukan titik pusat atau *medoid* sementara untuk mewakili masing-masing k kluster.
- 3) Hitung jarak dari tiap-tiap kluster menggunakan *Dynamic Time Warping* (DTW). Kemudian hitung jarak terdekat objek ke *medoid* dan hitung totalnya.
- 4) Lakukan iterasi *medoid*.
- 5) Hitung total simpangan (S) dengan rumus $S = b - a$ di mana a adalah jumlah jarak terdekat antara objek ke *medoid* awal dan b adalah jumlah jarak terdekat antara objek ke *medoid* baru. Jika $S < 0$ maka tukar objek dengan data untuk membentuk k baru sebagai *medoid*.
- 6) Ulangi langkah 3 hingga 5 dan berhenti apabila sudah tidak terjadi perubahan pada anggota *medoid*. Iterasi terakhir menjadi hasil kluster yang digunakan untuk analisis selanjutnya.

2.3 Sharpe Ratio

Sharpe ratio, juga dikenal sebagai *indeks sharpe*, yakni ukuran dari *excess return* atau *risk premium* setiap unit risiko pada sebuah asset investasi. Hal tersebut merupakan cara terbaik untuk mengetahui kinerja portofolio yang ideal. Nilai *sharpe ratio* yang dihasilkan semakin besar menunjukkan kinerja portofolio yang semakin baik. Perhitungan *sharpe ratio* dirumuskan sebagai berikut:

$$SR = \frac{E_{Rp} - R_f}{\sigma_{Rp}} \quad \dots(9)$$

dengan E_{Rp} menyatakan rata-rata *return* portofolio saham, σ_{Rp} adalah standar deviasi dari portofolio saham, dan R_f merupakan *risk-free rate*, *risk-free rate* yang digunakan adalah bunga dari aset bebas risiko yang mengacu pada Bank Indonesia (BI) *rate*.

2.4 Estimasi Robust S

Definisi 1 (Davies, 1987)

Diberikan $\{r_i, i = 1, 2, \dots, 3\}$ merupakan suatu kumpulan data di \mathbb{R}^p dan diberikan $\mathcal{P}(p)$ yaitu kumpulan seluruh matriks simetrik definit positif dengan ukuran $p \times p$. Penduga S guna ukuran lokasi, $\hat{\mu} \in \mathbb{R}^p$ dan dispersi $\hat{\Sigma}(\mathbf{R}) \in \mathcal{P}(p)$ merupakan setiap pasangan yang mengurangi $|\Sigma|$ dengan kendala

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^h \rho[(r_i - \hat{\mu})' \Sigma^{-1} (r_i - \hat{\mu})]^{\frac{1}{2}} = b_0. \quad \dots(10)$$

Dengan ρ yaitu fungsi kerugian (*loss function*) dan b_0 yakni konstanta. Konstanta b_0 perlu ditetapkan secara tepat karena b_0 cukup berdampak pada hasil estimasi nantinya. Apabila penyebaran data tidak diketahui, maka dipilih konstanta $b_0 = E\{\rho\{|r|\}\}$.

Estimasi S didapat dengan cara menuntaskan persamaan sebagai berikut:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n u(d_i)(r_i - \mu) = 0 \quad \dots(11)$$

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p u(d_i) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu}) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})' - v(d_i) \boldsymbol{\Sigma} = 0 \quad \dots(12)$$

dengan $d_i = (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})' \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})$, $\psi(d_i) = \frac{\partial p}{\partial d}$, $u(d_i) = \frac{\psi(d_i)}{d_i}$, dan $v(d_i) = \psi(d_i) d_i - \rho(d_i) + b_0$. Perhitungan estimasi S dilakukan secara iteratif dengan memakai persamaan (11) dan (12). Algoritma perhitungan estimasi S adalah sebagai berikut (Hardin, 2000):

- 1) Tentukan estimasi awal vektor *mean* ($\hat{\boldsymbol{\mu}}_0$) dan matriks kovariansi ($\hat{\boldsymbol{\Sigma}}_0$).
- 2) Hitung $d_i = (\mathbf{r}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}_0)' \hat{\boldsymbol{\Sigma}}_0^{-1} (\mathbf{r}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}_0)$
- 3) Tentukan k_0 sedemikian hingga $\frac{\sum \rho(d_i/k_0)}{n} = b_0$.
- 4) Hitung $\tilde{d}_i = \frac{d_i}{k_0}$.
- 5) Tentukan

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} = \frac{\sum \psi(\tilde{d}_i) \mathbf{r}_i}{\sum \psi(\tilde{d}_i)}$$

dan

$$\hat{\boldsymbol{\Sigma}} = \frac{p \sum \psi(\tilde{d}_i) (\mathbf{r}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}_0) (\mathbf{r}_i - \hat{\boldsymbol{\mu}}_0)'}{\sum \psi(\tilde{d}_i)}$$

- 6) Ulangi langkah 2-3 sampai $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ dan $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$ konvergen, yaitu ketika $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ dan $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$ tidak lagi berubah.

2.5 Estimasi *Robust Constrained-M*

Definsi 2 (Kent & Tyler, 1996)

Diberikan $\{\mathbf{r}_i, i = 1, \dots, n\}$ merupakan himpunan data \mathbb{R}^p dan diberikan $\mathcal{P}(p)$ adalah himpunan seluruh matriks simetrik definit positif dengan ukuran $p \times p$. Penduga CM untuk ukuran lokasi, $\hat{\boldsymbol{\mu}} \in \mathbb{R}^p$ dan dispersi $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}(\mathbf{R}) \in \mathcal{P}(p)$ merupakan setiap pasangan yang meminimumkan fungsi objektif sebagai berikut:

$$L(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}; \mathbf{r}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p(d_i) + \frac{1}{2} \log |\boldsymbol{\Sigma}| \quad \dots(13)$$

dengan kendala:

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p(d_i) \leq \epsilon \rho(\infty) \quad \dots(14)$$

di mana ϵ merupakan titik *breakdown*, yaitu toleransi proporsi pengamatan yang salah atau pengamatan yang ekstrem/*outlier*. Estimasi akan semakin *robust* jika memiliki titik *breakdown* yang semakin tinggi.

Jika ρ terdiferensiable, maka estimasi ukuran lokasi dan skala dengan menggunakan metode estimasi CM didapatkan dengan menyelesaikan persamaan sebagai berikut (Kent & Tyler, 1996):

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi(d_i) \mathbf{r}_i}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi(d_i)} \quad \dots(15)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = p \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \psi(d_i) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu}) (\mathbf{r}_i - \boldsymbol{\mu})'}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W(d_i)} \quad \dots(16)$$

dan

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n W(d_i) = p \quad \dots(17)$$

atau

$$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \rho(d_i) = \epsilon \rho(\infty) \quad \dots(18)$$

dengan $\psi(d) = 2\rho'(d)$ dan $W(d) = d\psi(d)$.

2.6 Data Penelitian

Pada studi kasus ini, data yang dipakai merupakan data sekunder. Saham yang digunakan adalah 22 saham perusahaan yang konsisten masuk *Jakarta Islamic Index (JII)* pada periode Januari 2019 hingga Juni 2023. Sebanyak 22 saham perusahaan yang konsisten tersebut didapat dari laman www.idx.co.id. Disajikan 22 saham yang dipakai dalam studi kasus ini pada Tabel 1.

Tabel 1. Saham *Jakarta Islamic Index* (JII) yang digunakan

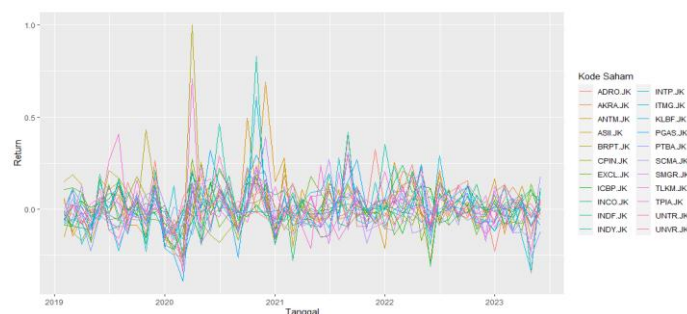
No	Kode Saham	Perusahaan
1	ADRO.JK	Adaro Energy Indonesia Tbk.
2	AKRA.JK	AKR Corporindo Tbk.
3	ANTM.JK	Aneka Tambang Tbk.
4	ASII.JK	Astra International Tbk.
5	BRPT.JK	Barito Pacific Tbk.
6	CPIN.JK	Chareon Pokphand Indonesia Tbk.
7	EXCL.JK	XL Axiata Tbk.
8	ICBP.JK	Indofood CBP Sukses Makmur Tbk.
9	INCO.JK	Vale Indonesia Tbk.
10	INDF.JK	Indofood Sukses Makmur Tbk.
11	INDY.JK	Indika Energy Tbk.
12	INTP.JK	Indocement Tunggul Prakarsa Tbk.
13	ITMG.JK	Indo Tambangraya Megah Tbk.
14	KLBF.JK	Kalbe Farma Tbk.
15	PGAS.JK	Perusahaan Gas Negara Tbk.
16	PTBA.JK	Bukit Asam Tbk.
17	SCMA.JK	Surya Citra Media Tbk.
18	SMGR.JK	Semen Indonesia (Persero) Tbk.
19	TLKM.JK	Telkom Indonesia (Persero) Tbk.
20	TPIA.JK	Chandra Asri Petrochemical Tbk.
21	UNTR.JK	United Tractors Tbk.
22	UNVR.JK	Uniliver Indonesia Tbk.

Data harga saham dari *Jakarta Islamic Index* (JII) dapat ditemukan di www.finance.yahoo.com. Harga saham yang dipakai pada studi kasus ini yaitu harga penutupan (*closing price*), yaitu harga saham terakhir sebelum bursa saham ditutup. Harga saham bulanan diambil setiap tanggal 1 dari bulan Januari 2019 hingga Juni 2023, sehingga total pengamatan sebanyak 54 bulan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

3.1 Return Total (*Simple Net Return*)

Pada penelitian ini, saham yang diambil adalah 22 saham perusahaan yang konsisten masuk *Jakarta Islamic Index* (JII) pada periode Januari 2019 hingga Juni 2023. Hal pertama yang dilakukan pada analisis ini adalah menghitung *return* saham. Pergerakan *return* saham yang tercatat pada *Jakarta Islamic Index* (JII) pada periode Januari 2019 hingga Juni 2023 ditampilkan pada Gambar 2. Berdasarkan pada grafik pergerakan *return* saham tersebut, dapat diamati bahwa terdapat fluktuasi pada 22 saham yang digunakan.

Gambar 2. Plot Pergerakan *Return* Saham

3.2 Expected Return dan Risiko

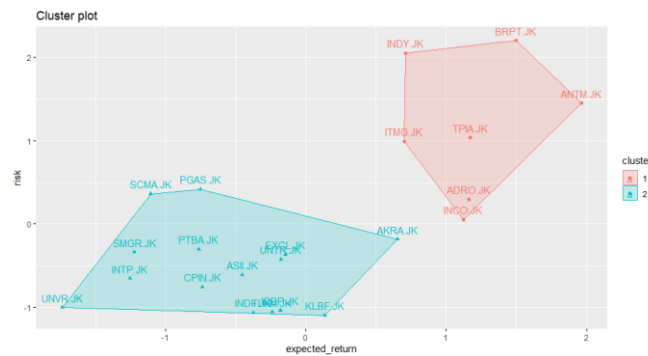
Expected return dan risiko merupakan dua variabel yang digunakan dalam analisis klaster. Diperoleh nilai *expected return* dan risiko tiap saham. Dari tabel 2. terlihat bahwa saham ANTM memiliki nilai *expected return* paling tinggi. Sementara saham KLBK dianggap memiliki risiko rendah.

Tabel 2. Nilai *expected return* dan risiko

Kode Saham	<i>Expected Return</i>	Risiko
ADRO.JK	0.0176	0.0178
AKRA.JK	0.0121	0.0129
ANTM.JK	0.0263	0.0294
ASII.JK	0.0002	0.0087
BRPT.JK	0.0213	0.0369
CPIN.JK	-0.0029	0.0073
EXCL.JK	0.0035	0.0112
ICBP.JK	0.0031	0.0044
INCO.JK	0.0172	0.0154
INDF.JK	0.0011	0.0042
INDY.JK	0.0127	0.0354
INTP.JK	-0.0084	0.0083
ITMG.JK	0.0127	0.0249
KLBK.JK	0.0065	0.0039
PGAS.JK	-0.0030	0.0191
PTBA.JK	-0.0031	0.0118
SCMA.JK	-0.0068	0.0185
SMGR.JK	-0.0081	0.0115
TLKM.JK	0.0025	0.0042
TPIA.JK	0.0177	0.0253
UNTR.JK	0.0032	0.0106

3.3 Analisis Klaster Data Saham Menggunakan Metode *K-Medoids*

Dilakukan analisis klaster metode *K-Medoids* dengan algoritma PAM dan menggunakan ukuran disimilaritas DTW dengan jumlah klaster sebanyak 2 klaster berdasarkan pada variabel *expected return* dan risiko. Dengan memakai fungsi *tsclust* pada *package dtwclust* di R, didapat hasil klastering untuk saham-saham *Jakarta Islamic Index (JII)* berdasarkan pada nilai *expected return* dan *risiko* dibagi menjadi 2 klaster.



Gambar 3. Plot analisis kluster *K-Medoids* dengan jarak DTW

Dari Gambar 3 terlihat bahwa analisis kluster *K-Medoids* dengan ukuran disimilaritas DTW mengelompokkan saham *Jakarta Islamic Index* (JII) ke dalam 2 kluster dengan jumlah dari tiap kluster yang cukup bervariasi. Pada kluster 1 terdapat 7 saham dan kluster 2 terdapat 15 saham. Pada pengklasteran ini, saham yang berada pada kluster pertama memiliki nilai *expected return* lebih tinggi dibandingkan kluster kedua.

3.4 Pemilihan Saham Representasi Tiap Kluster

Dari masing-masing kluster yang telah terbentuk sebelumnya, dipilih 2 saham yang akan menjadi representasi dari setiap kluster. Representasi saham dipilih dengan menggunakan *sharpe ratio* dari masing-masing saham. Semakin tinggi *sharpe ratio* maka perusahaan tersebut semakin baik. *Rate Bank Indonesia* (BI) digunakan untuk menghitung *return risk-free*, yaitu sebesar 4.5% per bulan. Setelah dilakukan perhitungan *sharpe ratio*, dipilih dua representasi saham dari masing-masing kluster dengan rasio tajam tertinggi, yang dianggap bernilai positif.

Tabel 3. Saham representasi tiap kluster

Kluster	Saham Representasi	Expected Return	Risiko	Return risk-free rate	Sharpe ratio
1	INCO	0.0172	0.0154	4.5%	0.8745
	ADRO	0.0176	0.0178		0.7769
2	KLBF	0.0065	0.0039		0.7248
	AKRA	0.0122	0.0130		0.6465

Tabel 3 menunjukkan representasi saham tiap kluster berdasarkan pada nilai *sharpe ratio*. Kluster pertama terdiri dari 7 saham yang direpresentasikan oleh saham INCO dan ADRO yang memiliki *sharpe ratio* tertinggi berturut-turut yaitu 0.8745 dan 0.7769. Sedangkan pada kluster 2 terdiri dari 15 saham, direpresentasikan oleh saham KLBF dan AKRA yang memiliki *sharpe ratio* tertinggi berturut-turut yaitu 0.7248 dan 0.6465.

3.5 Pembobotan Portofolio *Mean-Variance Robust S*

Untuk penghitungan dari estimator *robust S*, nilai estimasi vektor *mean* dan matriks kovariansi diperoleh dari fungsi *CovSest* pada *package rrcov* di R. Diperoleh vektor *mean* dengan estimasi S sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_S = [0.0280 \quad 0.0217 \quad 0.0010 \quad 0.0105]$$

Sedangkan matriks kovariansi dengan estimasi S sebagai berikut:

$$\hat{\Sigma}_S = \begin{bmatrix} 0.0148 & 0.0064 & 0.0014 & 0.0089 \\ 0.0064 & 0.0153 & 0.0010 & 0.0067 \\ 0.0014 & 0.0010 & 0.0026 & 0.0017 \\ 0.0089 & 0.0067 & 0.0017 & 0.0146 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, pada tabel 4 memperlihatkan bobot portofolio dengan menggunakan estimasi *robust S* pada berbagai *risk aversion*, yaitu sebesar 0.5, 1, 2, 5, 10, dan 100.

Tabel 4. Bobot portofolio MV *robust* S

γ	INCO	ADRO	KLBF	AKRA
10	0,2506	0,1675	0,6790	-0,0971
25	0,1314	0,1158	0,7929	-0,0401
50	0,0917	0,0985	0,8309	-0,0211
100	0,0718	0,0899	0,8499	-0,0116

Untuk semua nilai *risk aversion* γ , saham AKRA, yang memiliki *return* positif tetapi bobot negatif (*short selling*), ditemukan dalam model portofolio MV *robust* S. Artinya, para investor meminjam saham pada investor lain atau lembaga keuangan yang lain dan kemudian menjualnya kembali untuk membeli saham lain. Sementara saham INCO, ADRO, dan KLBF selalu memiliki bobot positif untuk semua nilai *risk aversion* γ . Untuk mengimbangi saham dengan bobot negatif, bobot positif tersebut akan menurun seiring dengan nilai *risk aversion* γ .

3.6 Pembobotan Portofolio *Mean-Variance Robust Constrained-M* (CM)

Untuk estimator *robust Constrained-M* (CM), nilai estimasi vektor *mean* dan matriks variansi-kovariansi diperoleh dari fungsi *CovMest* pada *package rrcov* di R. Diperoleh vektor *mean* dengan estimasi CM sebagai berikut:

$$\hat{\mu}_{CM} = [0.0321 \quad 0.0147 \quad 0.0003 \quad 0.0117]$$

Sedangkan matriks kovariansi dengan estimasi CM sebagai berikut:

$$\hat{\Sigma}_{CM} = \begin{bmatrix} 0.0128 & 0.0075 & 0.0013 & 0.0089 \\ 0.0075 & 0.0182 & 0.0015 & 0.0090 \\ 0.0013 & 0.0015 & 0.0030 & 0.0020 \\ 0.0089 & 0.0090 & 0.0020 & 0.0154 \end{bmatrix}$$

Selanjutnya, pada Tabel 5 memperlihatkan bobot portofolio dengan menggunakan estimasi *robust* CM pada berbagai *risk aversion*, yaitu sebesar 0,5, 1, 2, 5, 10, dan 100.

Tabel 5. Bobot portofolio MV *robust Constrained-M* (CM)

γ	INCO	ADRO	KLBF	AKRA
10	0,4319	0,0391	0,6602	-0,1312
25	0,2463	0,0411	0,7813	-0,0687
50	0,1844	0,0418	0,8217	-0,0479
100	0,1534	0,0422	0,8419	-0,0375

Untuk semua nilai *risk aversion* γ , saham AKRA, yang memiliki *return* positif tetapi bobot negatif (*short selling*), ditemukan dalam model portofolio MV *robust* CM. Artinya, para investor meminjam saham pada investor lain atau lembaga keuangan yang lain dan kemudian menjualnya kembali untuk membeli saham lain. Sementara saham INCO, ADRO, dan KLBF selalu memiliki bobot positif untuk semua nilai *risk aversion* γ , dan bobot positif tersebut semakin besar seiring dengan nilai *risk aversion* γ .

3.7 Perbandingan Kinerja Portofolio

Pada penelitian ini, *sharpe ratio* digunakan untuk mengukur kinerja portofolio, kinerja portofolio berkorelasi positif dengan nilai *sharpe ratio*. Perhitungan untuk memperoleh *Sharpe ratio* pada portofolio saham ini terdapat pada persamaan (9).

Tabel 6 menampilkan kriteria kinerja portofolio *robust* MV estimasi S dan estimasi CM melalui pendekatan analisis kluster *K-Medoids* berdasarkan kriteria *return*, risiko, dan *Sharpe Ratio* pada berbagai *risk aversion*. Berdasarkan pada Tabel 5 dapat diamati bahwa portofolio MV *robust* CM menghasilkan *expected return* portofolio lebih tinggi dibandingkan portofolio MV *robust* S. Sedangkan portofolio yang memiliki risiko paling rendah dihasilkan oleh portofolio MV *robust* S. Terlihat bahwa *sharpe ratio* di semua nilai *risk aversion* γ pada model portofolio *robust* MV estimasi CM lebih tinggi dibandingkan *sharpe ratio* setiap nilai *risk aversion* γ pada model portofolio MV *robust* S. Karena itu, kinerja portofolio MV *robust* CM lebih baik daripada yang dihasilkan oleh kombinasi model portofolio MV *robust* S..

Tabel 6. Nilai *return*, risiko, dan *sharpe ratio* untuk tiap nilai *risk aversion* pada model portofolio *robust MV* estimasi S dan estimasi CM

Model Portofolio	γ	<i>Expected Return</i>	Risiko	<i>Sharpe ratio</i>
MV _S	10	0.01030	0.05550	0.11797
	25	0.00655	0.05055	0.05541
	50	0.00530	0.04981	0.03117
	100	0.00468	0.04962	0.01871
MV _{CM}	10	0.01312	0.06026	0.15545
	25	0.00796	0.05394	0.07809
	50	0.00624	0.05298	0.04707
	100	0.00538	0.05274	0.03010

4. SIMPULAN DAN SARAN

Penelitian ini membahas analisis kluster dapat digunakan dalam manajemen portofolio saham demi keefisienan waktu serta mengurangi besaran biaya dalam memajemen portofolio. Kinerja portofolio diukur menggunakan *sharpe ratio*. Hasil penelitian ini memperlihatkan bahwa performa yang diperoleh dengan memakai analisis kluster *K-Medoids* yang dikombinasikan dengan model portofolio *Mean-Variance Robust Constrained-M* (CM) mengungguli kinerja portofolio yang dihasilkan kombinasi model portofolio *Mean-Variance Robust S*.

DAFTAR PUSTAKA

- Adyana, I. M. (2020). *Manajemen Investasi dan Portofolio*. Lembaga penerbitan Universitas Nasional.
- Azim, M. F., Azizah, A., & Angraini, D. (2021). Optimasi Bobot Portofolio Menggunakan Algoritma Genetika. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 7(1), 58. <https://doi.org/10.24014/jsms.v7i1.12190>
- Davies, P. L. (1987). *Asymptotic Behaviour of S-Estimates of Multivariate Location Parameters and Dispersion Matrices*. *JSTOR*, Vol. 15, 1269–1292. <http://www.jstor.com/stable/2241828>
- DeMiguel, V., & Nogales, F. (2009). Portfolio Selection With Robust Estimation. *Operations Research*, 57(3), 560–577.
- Gubu, L., Rosadi, D., & Abdurakhman. (2020). *Robust Mean-Variance Portfolio Selection With Ward And Complete Linkage Clustering Algorithm*. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 54(3), 111–127. <https://doi.org/10.24818/18423264/54.3.20.07>
- Gubu, L., Rosadi, D., & Abdurakhman, A. (2021). Pembentukan Portofolio Saham Menggunakan Klastering Time Series K-Medoid dengan Ukuran Jarak Dynamic Time Warping. *Jurnal Aplikasi Statistika & Komputasi Statistik*, 13(2), 35–46. <https://doi.org/10.34123/jurnalasks.v13i2.295>
- Hardin, J. S. (2000). *Multivariate Outlier Detection and Robust Clustering with Minimum Covariance Determinant Estimation and -Estimation*. University of California.
- Kaufman, L., & Rousseeuw, P. (1990). *Finding Groups in Data: An Introduction to Cluster Analysis*. John Wiley and Son, Inc.
- Kent, J. ., & Tyler, D. . (1996). *Constrained M-Estimation for Multivariate Location and Scatter*. *Journal Annals of Statistic*, 24(3).
- Markowitz, H. (1952). Portofolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.
- Supandi, E. D. (2017). Pengembangan Model Portofolio Mean-Variance Melalui Metode Estimasi Robust dan Optimasi Robust.
- Supandi, E. D., & Anggara, Y. (2023). Analisis Kluster dalam Pembentukan Portofolio Robust Mean-Variance. *Jurnal Sains Matematika Dan Statistika*, 9(1), 37–47.
- Vercillis, C. (2009). *Business Intelligence: Data Mining and Optimization for Decision Making*. WILEY.
- Winston, W. L., & Goldberg, J. B. (2004). *Operations Research: Applications and Algorithms*, Thomson Learning Inc. (Fourth Edi).