Statistika, Vol. 21 No. 2, 169 – 180
November 2021

Batas Atas Ukuran Risiko Agregat Pada Portofolio Saham INDF.JK dan ICBP.JK

TRIMONO[1], AMRI MUHAIMIN[2], ANDREAS NUGROHO SIHANANTO[3]

[1,2]Program Studi Sains Data Fakultas Ilmu Komputer UPN Veteran Jawa Timur, Indonesia
[3]Program Studi Informatika Fakultas Ilmu Komputer UPN Veteran Jawa Timur, Indonesia
e-mail: trimono.stat@upnjatim.ac.id

ABSTRAK

Pada investasi agregat aset finansial, setiap aset tunggal dapat memunculkan potensi risiko kerugian yang harus ditanggung oleh investor. Pada kondisi ini, untuk memprediksi nilai risiko kerugian dapat digunakan konsep risiko agregat. Prediksi nilai risiko dapat diukur melalui suatu ukuran risiko, salah satunya adalah *Value at Risk* (VaR). Namun, VaR tidak selalu memenuhi sifat subaditif, sehingga VaR bukan merupakan ukuran risiko yang koheren. Ukuran risiko lain sebagai alternatif pengganti VaR adalah *Expected Shortfall* (ES). Kelebihan utama ES dibandingkan VaR adalah ES telah memenuhi sifat subaditif, sehingga ES adalah ukuran risiko yang koheren. Untuk memprediksi nilai risiko agregat menggunakan VaR maupun ES, dibutuhkan fungsi distribusi bersama dari risiko agregat tersebut. Akan tetap cukup sulit untuk menentukan fungsi distribusi bersama risiko agregat yang disusun oleh beberapa risiko tunggal yang tidak saling bebas. Alternatif yang dapat digunakan apabila fungsi distribusi bersama risiko agregat sulit diperoleh adalah dengan menghitung batas atas risiko agregat dengan memanfaatkan sifat komonotonik dan *convex order*. Penelitian ini bertujuan untuk mengukur nilai batas risiko agregat menggunakan ukuran risiko ES untuk investasi agregat pada saham PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF.JK) dan PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP.JK). Berdasarkan hasil analisis menggunakan data *return* saham INDF.JK dan ICBP.JK periode 02/01/21 – 17/09/21, nilai batas atas ukuran risiko aregat VaR dan ES pada portofolio saham untuk tingkat kepercayaan 95% dan *holding period* 1 hari masing-masing adalah -0,05231 dan -0,07731.

Kata Kunci: Risiko agregat, Prediksi risiko, Komonotonik, VaR, ES.

ABSTRACT

In the aggregate investment of financial assets, every single asset can pose a potential risk of loss that must be borne by investors. In this condition, to predict the value of the risk of loss, the concept of aggregate risk can be used. Prediction of risk value can be measured through a risk measure, one of which is Value at Risk (VaR). However, VaR does not always satisfy the subadditive nature, so VaR is not a coherent measure of risk. Another risk measure as an alternative to VaR is the Expected Shortfall (ES). The main advantage of ES over VaR is that ES has subadditive properties, so ES is a coherent measure of risk. To predict the value of aggregate risk using VaR and ES, a joint distribution function of the aggregate risk is needed. It will still be quite difficult to determine the distribution function along with the aggregate risk composed of several non-independent single risks. An alternative that can be used if the distribution function with aggregate risk is difficult to obtain is to calculate the upper limit of aggregate risk by utilizing the comonotonic and convex order properties. This study aims to measure the aggregate risk limit value using the ES risk measure for aggregate investment in PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF.JK) and PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP.JK). Based on the results of the analysis using stock return data of INDF.JK and ICBP.JK for the period 02/01/21 – 17/09/21, the upper limit value of the VaR and ES aggregate risk measures in the stock portfolio for the 95% confidence level and the 1 day holding period are -0.05231 and -0.07731, respectively.

Keywords: Aggregate risk, Risk prediction, Commonotonic, VaR, ES.

1. PENDAHULUAN

Investasi kepemilikan aset dalam bentuk saham saat ini menjadi salah satu bentuk investasi yang sangat diminati oleh investor. Saham dapat didefinisikan sebagai tanda penyertaan atau pemilikan seseorang atau badan dalam suatu perusahaan atau perseroan terbatas (Ruhani, dkk 2018). Untuk memperoleh keuntungan yang lebih besar, para investor biasanya melakukan investasi pada lebih dari satu aset, atau sering dikenal dengan istilah portofolio. Pada investasi portofolio, risiko menjadi salah satu kajian penting bagi seorang investor. Risiko dapat diartikan sebagai suatu kemungkinan terjadinya hasil yang tidak diinginkan sehingga risiko sering dikaitan dengan besarnya kerugian yang akan diterima oleh seorang investor atas saham yang dimiliki. Pada penelitian ini, diasumsikan bahwa portofolio dibangun atas dua aset tunggal tunggal X_1 dan X_2 yang tidak saling bebas, dengan nilai kebergantungannya berada diantara 0 dan 1.

Memperkirakan besarnya nilai risiko yang akan terjadi dapat dilakukan dengan menggunakan ukuran risiko. Ukuran risiko yang sering digunakan adalah *Value at Risk* (VaR). Pada kenyataannya VaR bukan ukuran risiko yang koheren, karena tidak dapat memenuhi sifat subaditif (Banihashemi dkk, 2017). Karena VaR bukan ukuran risiko yang koheren, maka pada penelitian ini akan dicoba ukuran risiko lain yang bersifat koheren sebagai alternatif dari VaR, yaitu *Expected Shortfall* (ES). Untuk mengukur risiko atas suatu portofolio dengan menggunakan VaR maupun ES, kita membutuhkan fungsi distribusi dari portofolio yang terbentuk. Akan tetapi, cukup sulit untuk menentukan fungsi distribusi bersama dari dua peubah acak yang tidak saling bebas.

Oleh karena itu, Campana (2007) memberikan alternatif dalam menghitung perkiraan nilai risiko portofolio yang komponen peubah acak tunggalnya tidak saling bebas dengan cara menghitung batas atas nilai risiko portofolio tanpa menggunakan fungsi distribusi bersamanya. Selanjutnya, nilai batas atas risiko kerugian yang diperoleh dapat dijadikan acuan oleh investor untuk mempersiapkan tindakan dan strategi yang harus diambil apabila suatu saat risiko tersebut benar-benar terjadi.

Dalam konteks menentukan batas atas nilai risiko Bernard, dkk (2013) mengkaji mengenai batas atas VaR pada peubah acak yang saling bergantung dengan menambahkan kondisi pembatasan variansi yang disimulasikan pada data bangkitan berdistribusi Pareto dan Normal. Selanjutnya Pucetti (2013) developed research pada penentuan batas atas *Expected Shortfall* untuk sejumlah *N* peubah acak yang saling bergantung, dengan mengasumsikan bahwa struktur kebergantungannya adalah tidak diketahui secara pasti.

Pada Penelitian ini, akan dikaji mengenai batas atas ukuran risiko VaR dan ES, yang nilainya diperoleh dengan menggunakan metode *Historical Simulation*. Secara khusus, kita akan membuktikan sifat subaditif bahwa batas atas ES lebih baik daripada batas atas VaR. Data yang digunakan adalah data closing price saham PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF.JK) dan PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP.JK) periode 02/01/21 sampai dengan 17/09/21.

2. METODE PENELITIAN

Ukuran Risiko *Value at Risk* (VaR) dan *Expected Shortfall* (ES)

Pengukuran batas atas ukuran risiko agregat pada penelitian ini dititikberatkan pada risiko investasi portofolio saham. Untuk mengukur risiko investasi portofolio saham, *return* atas harga saham lebih banyak digunakan daripada harga saham. Misalkan $P_{j,t}$ adalah harga saham ke-*j* pada periode *t*, dan $X_{j,t}$ adalah nilai *return* saham ke-*j* pada periode *t*, maka $X_{j,t}$ didefinisikan sebagai (Miskolczi, 2017):

$$X_{j,t} = \ln\left(\frac{P_{j,t}}{P_{j,t-1}}\right) \tag{1}$$

Kemudian, untuk suatu portofolio yang terdiri dari *N* aset saham, dengan *N* bersifat deterministik, maka *return* portofolio S_N diperoleh dengan cara:

$$S_N = X_1 + X_2 + \ldots + X_N \tag{2}$$

Pada penelitian ini diasumsikan bahwa X_i dengan X_j tidak saling bebas dan berdistribusi identik, serta $\rho(X_i, X_j) \in (0,1)$; i, j = 1, 2, …, *N*, i ≠ j. Untuk *N* = 2, kita memiliki:

$$S_2 = X_1 + X_2 \tag{3}$$

Pada portofolio saham, ukuran risiko merupakan metode yang dapat digunakan untuk memprediksi besarnya nilai risiko yang mungkin akan terjadi. Menurut Artzner dkk (1999), ukuran risiko yang baik haruslah bersifat koheren. Terdapat 4 sifat yang harus dipenuhi oleh suatu ukuran risiko agar dikatakan koheren, yaitu *translational invariance*, *positive homogeneity*, *monotonicity*, dan *subaditif*. Pada bagian ini, dua ukuran risiko yang akan dikaji adalah *Value at Risk* (VaR), dan *Expected Shortfall* (ES).

Value-at-Risk (VaR) pada Portofolio Aset Saham

Mengacu pada Zhang dkk (2019), untuk suatu peubah acak S2 yang menyatakan return portofolio untuk 2 aset saham, VaR didefinisikan sebagai nilai risiko kerugian maksimum yang masih dapat ditoleransi pada tingkat kepercayaan (1-α), dengan α ∈ (0,1). Secara matematis, VaR pada tingkat kepercayaan (1-α) adalah dinyatakan sebagai (Ogawa dkk, 2018):

$$VaR_{1-\alpha}(S_2) = -F_{S_2}^{-1}(\alpha) \tag{4}$$

dengan, $F_{S_2}^{-1}(\cdot)$ adalah invers fungsi distribusi dari S_2. Dalam bentuk lain, $VaR_{1-\alpha}(S_2)$ dapat diformulasikan sebagai berikut (Nabella dkk, 2020):

$$\mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2) = -\inf\{s \in \mathbb{R} | F_{S2}(s) \geq \alpha\} \tag{5}$$

Jika $F_{S2}(\bullet)$ merupakan fungsi yang monoton tak turun dan inversnya dijamin selalu ada, maka

$$\begin{aligned} -\inf\{s \in \mathbb{R} | F_{S2}(s) \geq \alpha\} &= -\inf\{s \in \mathbb{R} | F_{S2}^{-1}(F_{S2}(s)) \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)\} \\ &= -\inf\{s \in \mathbb{R} | s \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)\} \\ &= -F_{S2}^{-1}(\alpha) \end{aligned}$$

Salah satu syarat agar suatu ukuran risiko dikatakan baik dan efektif adalah harus bersifat koheren. Tetapi kenyataannya VaR bukanlah termasuk ukuran risiko yang koheren, hal tersebut dikarenakan terdapat satu dari empat aksioma kekoherenan ukuran risiko yang tidak dipenuhi oleh VaR, yaitu aksioma subaditif (Fischer dkk, 2020). Hal tersebut akan dibuktikan melalui contoh penyangkal berikut,

Misalkan terdapat koleksi peubah acak X_1 dan X_2, dengan nilai realisasinya adalah:

$$X_1 = \begin{cases} 0{,}00 & p = 0{,}96 \\ -0{,}02 & p = 0{,}04 \end{cases} \qquad X_2 = \begin{cases} 0{,}00 & p = 0{,}96 \\ -0{,}02 & p = 0{,}04 \end{cases}$$

Jika dipilih α = 5%, maka nilai VaR untuk X_1 dan X_2 pada tingkat kepercayaan 95% adalah

$$\begin{aligned} \mathrm{VaR}_{95\%}(X_1) &= -\inf(x_1 \in \mathbb{R} | F_{X1}(x_1) \geq 0{,}05) \\ &= -\inf(0) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{VaR}_{95\%}(X_2) &= -\inf(x_2 \in \mathbb{R} | F_{X2}(x_2) \geq 0{,}05) \\ &= -\inf(0) \\ &= 0 \end{aligned} \tag{7}$$

Untuk peubah acak $S_2 = X_1 + X_2$ perhatikan bahwa,

$$S_2 = \begin{cases} 0{,}00 & p = 0{,}9216 \\ -0{,}02 & p = 0{,}0768 \\ -0{,}04 & p = 0{,}0016 \end{cases}$$

Sehingga, apabila dipilih α = 5%, maka nilai VaR untuk S_2 pada tingkat kepercayaan 95% adalah:

$$\begin{aligned} \mathrm{VaR}_{95\%}(S_2) &= -\inf(s \in \mathbb{R} | F_{S2}(s) \geq 0{,}05) \\ &= -\inf\{-0{,}02, 0\} \\ &= 0{,}02 \end{aligned} \tag{8}$$

Berdasarkan persamaan (6), (7), dan (8) diperoleh kesimpulan bahwa:

$$\mathrm{VaR}_{95\%}(S_2) \geq \mathrm{VaR}_{95\%}(X_1) + \mathrm{VaR}_{95\%}(X_2) \tag{9}$$

Jadi terbukti bahwa VaR bukan ukuran risiko yang koheren karena tidak memenuhi sifat subaditif.

Salah satu kelebihan VaR adalah memberikan informasi mengenai prediksi nilai kerugian maksimum yang masih dapat ditoleransi. Tetapi disisi lain ternyata VaR bukanlah ukuran risiko yang koheren, sehingga kurang baik untuk digunakan. Hal tersebut tentunya akan mengakibatkan kemungkinan terjadinya bias informasi terkait tentang kemungkinan nilai kerugian yang harus ditanggung. Oleh karena itu, pada penelitian ini akan dikaji ukuran risiko *Expecteded Shortfall* (ES) sebagai alternatif ukuran risiko lain yang terbukti bersifat koheren.

Expected Shortfall (ES) pada Portofolio Aset Saham

ES dapat dimaknai sebagai rata-rata besarnya nilai kerugian yang akan ditanggung apabila kerugian yang terjadi nilainya melebihi VaR. Untuk portofolio saham yang terdiri dari dua aset, formula ES pada tingkat kepercayaan (1-α) dinyatakan sebagai (Chen, 2018):

$$\begin{aligned} ES_{1-\alpha}(S_2) &= E[-S_2 | S_2 > VaR_{1-\alpha}(S_2)] \\ &= -\frac{1}{1-\alpha}\int_0^{VaR_{1-\alpha}(S_2)} (s) f_{S_2}(s)\ ds \\ &= -\frac{1}{1-\alpha}\int_0^{1-\alpha} F_{S_2}^{-1}(\mu)\ d\mu \\ &= -\frac{1}{1-\alpha}\int_0^{1-\alpha} VaR_\mu(s)\ d\mu \end{aligned} \tag{10}$$

Salah satu kelebihan ES dibanding VaR adalah ES memenuhi sifat subaditif, sifat yang tidak dipenuhi oleh VaR. Berikut ini adalah bukti ES memenuhi sifat subaditif (Embrechts dan Wang, 2015):

Misalkan terdapat dua variabel acak X_1 dan X_2 yang menyatakan *return* dari dua saham. Kemudian didefinisikan S_2 sebagai agregasi dari X_1 dan X_2 yaitu:

$$S_2 = X_1 + X_2 \tag{11}$$

Selanjutnya perhatikan bahwa:

$$\begin{aligned} (\alpha)(ES_{1-\alpha}(X_1) + ES_{1-\alpha}(X_2) + ES_{1-\alpha}(S_2)) &= (\alpha)(E[-X_1 | -X_1 \geq F_{X_1}^{-1}(\alpha)] + E[-X_2 | -X_2 \geq F_{X_2}^{-1}(\alpha)] - (\alpha) \\ &\quad E[-S_2 | -S_2 \geq F_{S_2}^{-1}(\alpha)]) \\ &= E\left[-X_1 \mathbf{I}_{-X_1 \geq F_{X1}^{-1}(\alpha)}\right] + E\left[-X_2 \mathbf{I}_{-X_2 \geq F_{X2}^{-1}(\alpha)}\right] - E\left[-S_2 \mathbf{I}_{-S_2 \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)}\right] \\ &= E\left[-X_1\left(\mathbf{I}_{-X_1 \geq F_{X1}^{-1}(\alpha)} - \mathbf{I}_{-S_2 \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)}\right)\right] \\ &\quad + E\left[-X_2\left(\mathbf{I}_{-X_2 \geq F_{X2}^{-1}(\alpha)} - \mathbf{I}_{-S_2 \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)}\right)\right] \end{aligned}$$

Kemudian diperoleh hasil bahwa:

$$\begin{aligned} (\alpha)(ES_{1-\alpha}(X_1) + ES_{1-\alpha}(X_2) + ES_{1-\alpha}(S_2)) &\geq F_{X_1}^{-1}(\alpha)\ E\left[\mathbf{I}_{-X_1 \geq F_{X1}^{-1}(\alpha)} \mathbf{I}_{-S_2 \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)}\right] + F_{X_2}^{-1}(\alpha)\ E\left[\mathbf{I}_{-X_2 \geq F_{X2}^{-1}(\alpha)} \mathbf{I}_{-S_2 \geq F_{S2}^{-1}(\alpha)}\right] \\ &= F_{X_1}^{-1}(\alpha)(\alpha-\alpha) + F_{X_2}^{-1}(\alpha)(\alpha-\alpha) \\ &= 0 \end{aligned}$$

Sehingga, untuk $S_2 = X_1 + X_2$ berlaku:

$$ES_{1-\alpha}(S_2) \leq ES_{1-\alpha}(X_1) + ES_{1-\alpha}(X_2) \tag{12}$$

Batas Atas Ukuran Risiko VaR dan ES pada Protofolio Saham

Berdasarkan Tse (2009), untuk memprediksi nilai VaR dan ES pada portofolio saham yang tersusun atas dua aset, dibutuhkan fungsi distribusi bersama $F_{S2}(\bullet)$, dan invers fungsi distribusi bersama $F_{S2}^{-1}(\bullet)$ dari *return* portofolio. Jika X_1 dan X_2 saling bebas, maka $F_{S2}(\bullet)$ dan $F_{S2}^{-1}(\bullet)$ cukup mudah untuk ditentukan yaitu melalui metode konvolusi atau rekursi Panjer. Namun, jika X_1 dan X_2 tidak saling bebas, maka $F_{S2}(\bullet)$ dan $F_{S2}^{-1}(\bullet)$ menjadi sulit untuk ditentukan. Hal ini akan berakibat pada pada terhambatnya proses pengukuran nilai ES dan

VaR. Untuk mengatasi permasalahan ini, Dhaene dkk (2001) pada Xu (2020) memperkenalkan alternatif lain untuk memprediksi risiko kerugian yaitu dengan cara mengukur batas atas nilai VaR dan ES dari portofolio saham tersebut.

Pada pengukuran batas atas nilai VaR dan ES pada portofolio yang tersusun dari dua aset, langkah pertama adalah membentuk vektor acak **X** = (X_1,X_2). Kemudian, langkah selanjutnya adalah membentuk *comonotonic counterpart* dari **X** yang dinotasikan dengan $\mathbf{X}^c$. Untuk vektor acak **X** yang belum tentuk bersifat komonotonik, $\mathbf{X}^c$ didefinisikan sebagai vektor acak yang elemennya memiliki fungsi distribusi marginal yang sama dengan **X**, dan memiliki struktur kebergantungan komonotonik. Kemudian dapat dibuktikan bahwa vektor acak $\mathbf{X}^c$ adalah komonotonik jika dan hanya jika semua komponennya adalah fungsi tak turun (atau tidak naik) dari vektor acak **X** (McNeil, dkk 2015). *Comonotonic counterpart* dari **X** yaitu $\mathbf{X}^C$ didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{X}^C = (X_1^c, X_2^c) \tag{13}$$

Kemudian, sifat dari $\mathbf{X}^C$ adalah:

$$\mathbf{X}^C \stackrel{d}{=} \left(F_{X1}^{-1}(U), F_{X2}^{-1}(U)\right) \tag{14}$$

Dengan U adalah peubah acak berdistribusi Uniform(0,1). Karena U berdistribusi Uniform(0,1), maka pada akhirnya nilai-nilai $F_{X1}^{-1}(U)$ dan $F_{X2}^{-1}(U)$ adalah nilai-nilai dari peubah acak X_1 dan X_2. Akibatnya X_1^c dan X_2^c serupa dalam distribusi dengan X_1 dan X_2, serta fungsi distribusi X_1^c dan X_2^c sama dengan fungsi distribusi X_1 dan X_2.

Misalkan S_2^c adalah jumlahan dari setiap anggota pada $\mathbf{X}^C$**,** maka S_2^c dapat dinyatakan sebagai:

$$S_2^c = X_1^c + X_2^c \tag{15}$$

Definisi 1. *Pandang X_1 dan X_2 sebagai dua peubah acak.*

i. X_1 dikatakan lebih kecil daripada X_2 dalam urutan konveks, $X_1 \leq_{co} X_2$ jika

$$E[g(X_1)] \leq E[g(X_2)] \tag{16}$$

untuk setiap fungsi konveks g sedemikian sehingga nilai ekspektasinya ada.

ii. X_1 dikatakan lebih kecil daripada X_2 dalam urutan stop-loss $X_1 \leq_{sl} X_2$ jika

$$E[(X_1 - K)_+] \leq E[(X_2 - K)_+], \tag{17}$$

untuk setiap $K \in \mathbb{R}$.

Sifat kelengkapan 1. Jika X_1 kurang dari atau sama dengan X_2 dalam urutan konveks $X_1 \leq_{co} X_2$, maka $E[X_1]=E[X_2]$ dan $var[X_1] \leq var[X_2]$.

Sifat kelengkapan 2. $X_1 \leq_{co} X_2$ jika dan hanya jika $X_1 \leq_{sl} X_2$. Kemudian, batas atas (dalam urutan konveks) untuk $S_N = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$ ditentukan melalui teorema berikut:

Teorema 1. (Campana, 2007) *Untuk setiap vektor acak* ***X*** = $(X_1, X_2, \ldots, X_N)$, *berlaku:*

$$S_N \leq_{co} S_N^c \tag{18}$$

dengan

$S_N = X_1 + X_2 + \ldots + X_N$ dan $S_N^c = X_1^c + X_2^c + \cdots + X_N^c$. □

Jadi, berdasarkan Teorema 1, untuk peubah acak X_1 dan X_2, dapat dibentuk peubah acak baru S_2 dan S_2^c yang didefinisikan sebagai:

$$S_2 = X_1 + X_2 \tag{19}$$

$$S_2^c = X_1^c + X_2^c \tag{20}$$

Selanjutnya, antara S_2 dan S_2^c memenuhi kondisi berikut:

$$S_2 \leq_{co} S_2^c \tag{21}$$

Batas atas untuk $\mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2)$ dan $\mathrm{ES}_{1-\alpha}(S_2)$ diperoleh melalui teorema berikut:

Teorema 2. (Dhaene dkk, 2006) Untuk setiap koleksi peubah acak X_1 dan X_2 berlaku:

$$X_1 \leq_{sl} X_2 \leftrightarrow \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_1) \leq \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_2) \tag{22}$$

yang berlaku untuk setiap α ∈ (0,1).

Teorema 3. (Dhaene dkk, 2006) Untuk setiap koleksi peubah acak X_1 dan X_2 berlaku:

$$X_1 \leq_{sl} X_2 \leftrightarrow \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_1) \leq \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_2) \tag{23}$$

yang berlaku untuk setiap α ∈ (0,1).

Oleh karena itu, mengacu pada Teorema 2 dan 3, untuk setiap *return* portofolio S_2, dan peubah acak komonotonik S_2^c sebagai batas atas komonotonik untuk S_2, diperoleh:

$$\mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2) \leq \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2^c) \tag{24}$$

$$ES_{1-\alpha}(S_2) \leq \mathrm{ES}_{1-\alpha}(S_2^c) \tag{25}$$

Persamaan untuk nilai $\mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2^c)$ dan $\mathrm{ES}_{1-\alpha}(S_2^c)$ adalah sebagai berikut:

$$\mathrm{VaR}_{1-\alpha}(S_2^c) = \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_1) + \mathrm{VaR}_{1-\alpha}(X_2) \tag{26}$$

$$\mathrm{ES}_{1-\alpha}(S_2^c) = \mathrm{ES}_{1-\alpha}(X_1) + \mathrm{ES}_{1-\alpha}(X_2) \tag{27}$$

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

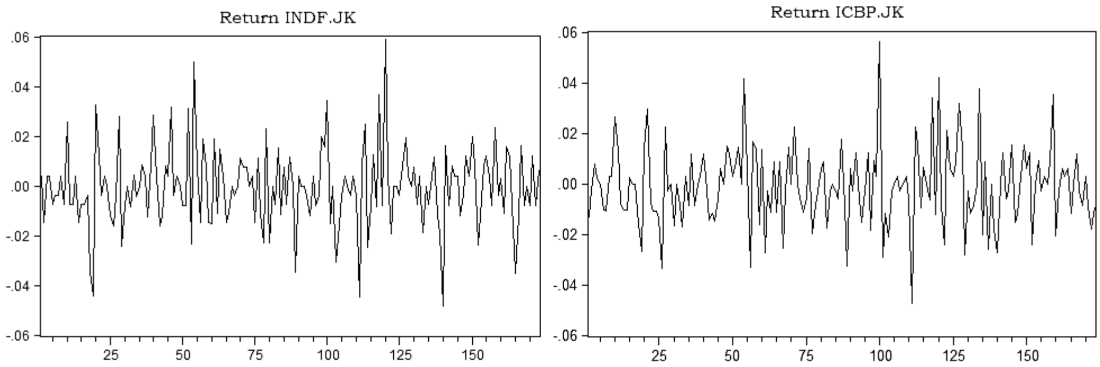
Data awal yang digunakan pada penelitian ini adalah harga saham PT. Indofood Sukses Makmur Tbk (INDF.JK) dan PT Indofood CBP Sukses Makmur Tbk (ICBP.JK) periode 02/01/21 sampai dengan 17/09/21. Data tersebut diunduh dari Yahoo (2021). Bab ini akan menyajikan analisis untuk memperoleh estimasi nilai batas atas dari VaR dan ES untuk portofolio saham INDF.JK dan ICBP.JK dengan menggunakan pendekatan *Historical Simulation*. Pandang $P_{1,t}$ dan $P_{2,t}$ masing-masing adalah peubah acak yang menyatakan harga saham INDF.JK dan ICBP.JK pada waktu *t*. Jika $X_{1,t}$ dan $X_{2,t}$ dinyatakan sebagai *return* dari dua saham tersebut pada waktu *t*, maka:

$$X_{1,t} = \ln\left(\frac{P_{1,t}}{P_{1,t-1}}\right) \tag{28}$$

dan

$$X_{2,t} = \ln\left(\frac{P_{2,t}}{P_{2,t-1}}\right) \tag{29}$$

Berikut disajikan plot deret waktu dan untuk X_1, X_2:



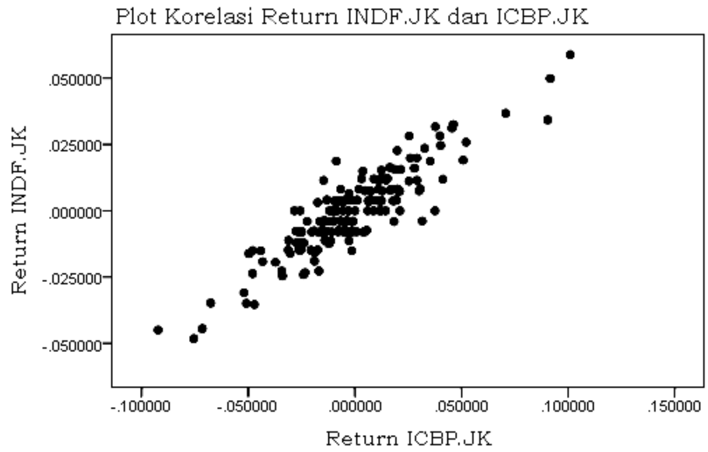
Gambar 1 Plot deret waktu untuk *return* INDF.JK (X_1), *return* ICBP.JK (X_2)

Gambar 1 menunjukkan bahwa nilai X_1 dan X_2 pada periode 02/01/2021 – 18/09/2021 memiliki pergerakan yang berfluktuasi dan memiliki pola yang cenderung sama, hal ini mengindikasikan bahwa antara dua variabel tersebut memiliki korelasi yang signifikan. Untuk membuktikan dugaan tersebut, berikut disajikan nilai koefisien korelasi Pearson beserta nilai statistika deskriptif untuk X_1 dan X_2:

Tabel 1 Statistika deskriptif X_1 dan X_2

	n	Korelasi	Rata-rata	St. dev	Sekwness	Kurtosis	Min	Maks
X_1	173	0,596	-0.00052	0,0157	0,2185	4,7821	-0,0482	0,0590
X_2	173		-0,00093	0,0154	0,3957	4,2555	-0,0473	0,0561

Melalui nilai korelasi Pearson, diperoleh kesimpulan bahwa antara X_1 dan X_2 berkorelasi cukup kuat yaitu sebesar 0,596 dengan arah korelasi positif. Adanya korelasi yang cukup kuati ini menunjukkan bahwa kedua variabel tersebut tidak saling bebas. Plot korelasi antara X_1 dan X_2 adalah sebagai berikut:



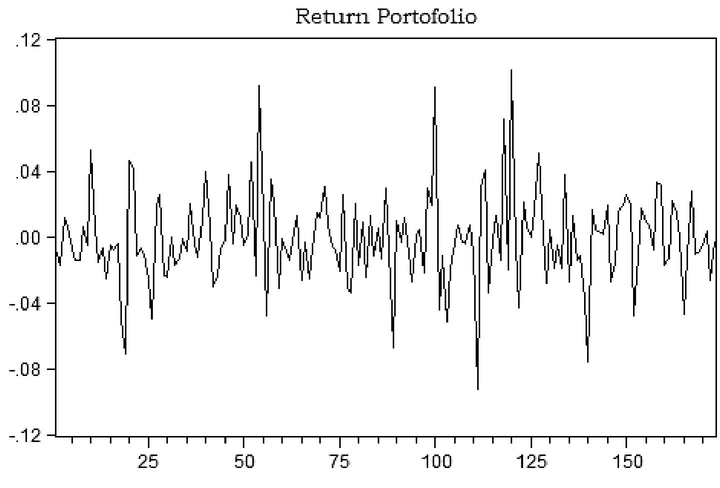
Gambar 2 Plot korelasi X_1 dengan X_2

Selanjutnya, rata-rata X_1 dan X_2 yang bernilai negatif menunjukkan bahwa pada periode 02/01/2021 – 18/09/2021 kerugian yang diterima lebih besar daripada keuntungan yang diperoleh. Salah satu hal yang menyebabkan keadaan ini adalah karena Indonesia belum sepenuhnya terbebas dari pandemi COVID-19 sehingga berakibat pada iklim investasi dan perdagangan yang menjadi tidak stabil.

Agar terhindar dari kerugian yang lebih besar, salah satu strategi yang dapat dilakukan adalah dengan membentuk portofolio dari saham INDF.JK dan ICBP.JK. Jika S_2 dinyatakan sebagai *return* portofolio dari dua saham tersebut, maka nilai S_2 pada waktu *t* didefinisikan sebagai:

$$S_{2,t} = X_{1,t} + X_{2,t} \tag{30}$$

Berikut ini adalah plot S_2 yang terbentuk berdasarkan persamaan (30) di atas:



Gambar 3 Plot deret waktu untuk *return* portofolio

Jika diamati melalui Gambar 3, pembentukan portofolio berdampak pada berkurangnya fluktuasi yang terjadi pada nilai *return*. Atau dengan kata lain, nilai *return* portofolio cenderung lebih stabil jika dibandingkan *return* aset tunggalnya. Untuk mengetahui karakteristik yang lebih detail dari S_2, dapat dilihat melalui tabel statistika deskriptif berikut:

Tabel 2 Statistika deskriptif *return* portofolio (S_2)

	n	Rata-rata	St. dev	Sekwness	Kurtosis	Min	Maks
S_2	173	0,0015	0,0278	0,3531	5,1719	-0,0925	0,1010

Berdasarkan Tabel 2, pembentukan portofolio menyebabkan rata-rata *return* menjadi bernilai positif sehingga keuntungan yang diterima lebih besar daripada kerugian yang terjadi.

Karena *return* aset tunggal yang membentuk *return* portofolio adalah tidak saling bebas, maka alternatif yang dapat dilakukan untuk memperkirakan nilai risiko kerugian portofolio adalah dengan cara mengukur batas atas dari risiko kerugian tersebut. Dengan mengukur nilai batas atas tersebut, kita akan memperoleh suatu nilai yang telah dijamin secara teoritis bahwa nilai kerugian portofolio tidak akan lebih besar dari nilai tersebut.

Batas atas *return* portofolio S_2

Pengukuran batas atas risiko kerugian dari S_2 adalah bergantung pada fungsi distribusi marginal dari X_1 dan X_2. Kami menduga bahwa X_1 dan X_2 adalah berdistribusi Normal. Untuk membuktikannya dugaan tersebut, dilakukan uji normalitas Kolomorov-Smirnov dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 3 Hasil uji normalitas Kolmogorv-Smirnov untuk data X_1 dan X_2

	D	*p-value*	α
X_1	0,101	0,058	0,05
X_2	0,065	0,451	0,05

Mengacu pada Tabel 3, maka pada tingkat signifikansi α = 5% maka X_1 dan X_2 berdistribusi Normal, dengan X_1~Normal (-0.00052; 0,0157) dan X_2~Normal (-0,00093; 0,0154).

Langkah pertama dalam menentukan batas atas ukuran risiko (VaR dan ES) untuk S_2 adalah menentukan batas atas (dalam urutan konveks) dari S_2 itu sendiri. Berdasarkan Teorema 1 dan Sifat Kelengkapan 2, batas atas (dalam urutan konveks) untuk suatu *return* portofolio S_2 adalah S_2^c, S_2^c didefinisikan sebagai

$$S_2^c = X_1^c + X_2^c$$

dengan, $X_1^c = F_{X1}^{-1}(U)$, $X_2^c = F_{X2}^{-1}(U)$, dan U adalah bilangan acak berdistribusi Uniform(0,1). Pada penelitian ini, ukuran sampel yang dibangkitkan untuk X_1^c dan X_2^c masing-masing adalah 173 data sampel. Nilai statistik deskriptif dari X_1^c dan X_2^c adalah sebagai berikut:

Tabel 4 Statistik deskriptif X_1^c dan X_2^c

	n	Rata-rata	St. dev	Sekwness	Kurtosis	Min	Maks
X_1^c	173	-0.00037	0.01550	0.12585	0.19809	-0.04500	0.05061
X_2^c	173	-0.00094	0.01506	-0.12732	0.14947	-0.04870	0.05460

Berdasarkan nilai statistik deskriptif menunjukkan bahwa karakteristik dari X_1^c dan X_2^c yang diperoleh memiliki kemiripan dengan X_1 dan X_2. Nilai S_2^c akan digunakan untuk menentukan batas atas dari ukuran risiko VaR dan ES portofolio saham INDF.JK dan ICBP.JK.

Batas atas ukuran risiko VaR pada portofolio saham INDF.JK dan ICBP.JK

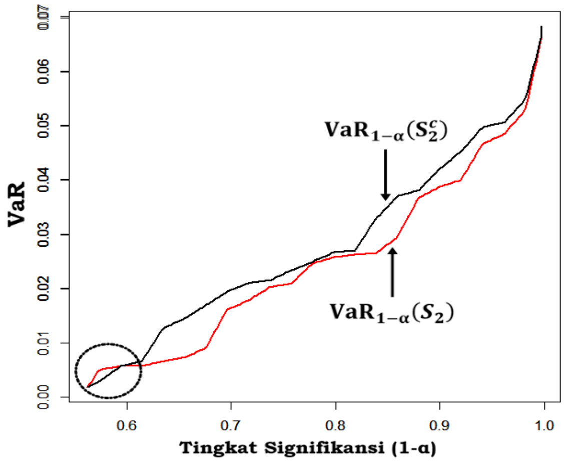
Pada praktiknya, pengukuran VaR dapat dilakukan melalui beberapa metode, diantaranya adalah *Historical Simulation* (HS), *Standard Deviation Premium Principle* (SDPP), dan Simulasi Monte Carlo. Pada penelitian ini, metode yang dipilih untuk mengukur nilai VaR(S_2^c) sebagai batas atas dari VaR(S_2) adalah *Historical Simulation* (HS). Dengan menggunakan nilai S_2^c yang diperoleh dari prosedur sebelumnya, berikut ini adalah nilai VaR(S_2^c) pada beberapa tingkat kepercayaan dan *holding period*:

Tabel 5. Nilai VaR(S_2^c) sebagai batas atas VaR(S_2)

Holding period	Tingkat Kepercayaan	VaR(S_2^c)
1 hari	90%	-0.04722
	95%	-0.05231
	97%	-0.05339
	98%	-0.05898
	99%	-0.06732
3 hari	90%	-0.057608
	95%	-0.063818
	97%	-0.065136
	98%	-0.071956
	99%	-0.08213
5 hari	90%	-0.065636
	95%	-0.072711
	97%	-0.074212
	98%	-0.081982
	99%	-0.093575

Salah satu interpretasi yang dapat diperoleh berdasarkan Tabel 5 adalah pada *holding period* 1 hari dengan tingkat kepercayaan 95% diperoleh VaR(S_2^c) sama dengan -0.05231, artinya untuk satu periode perdagangan ke depan setelah tanggal 17/09/2021 yaitu tanggal 20/09/2021, prediksi nilai VaR(S_2) tidak akan lebih besar dari -0.05231.

Telah diketahui bersama bahwa S_2 dibangun oleh agregasi antara X_1 dan X_2 yang masing-masing berdistribusi normal, maka akibatnya distribusi dari S_2 adalah Normal Multivariat yang masih relatif mudah untuk ditentukan. Sebagai pembuktian apakah benar bahwa VaR(S_2) ≤ VaR(S_2^c), kami mencoba menghitung nilai VaR(S_2) dan VaR(S_2^c) untuk sembarang tingkat kepercayaan 1-α pada interval 0,5 < (1-α) < 1. Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:



Gambar 4 Nilai VaR(S_2) dan VaR(S_2^c) pada interval tingkat kepercayaan 0,5<(1-α)<1

Secara teori, pada setiap *holding period* dan tingkat kepercayaan, nilai VaR(S_2^c) adalah batas atas untuk VaR(S_2). Hal ini memberikan jaminan bahwa nilai VaR(S_2) akan kurang dari atau sama dengan VaR(S_2^c). Tetapi pada kenyataannya pada interval tingkat kepercayaan 0,5<(1-α)<0,6 terdapat situsi VaR(S_2) justru bernilai lebih besar dari VaR(S_2^c). Kondisi ini menunjukkan bahwa VaR kurang baik apabila dijadikan sebagai batas atas ukuran risiko agregat. Sehingga kita perlu menggunakan ukuran risiko lain sebagai alternatif dari VaR, yaitu ES.

Batas atas ukuran risiko ES pada portofolio saham INDF.JK dan ICBP.JK

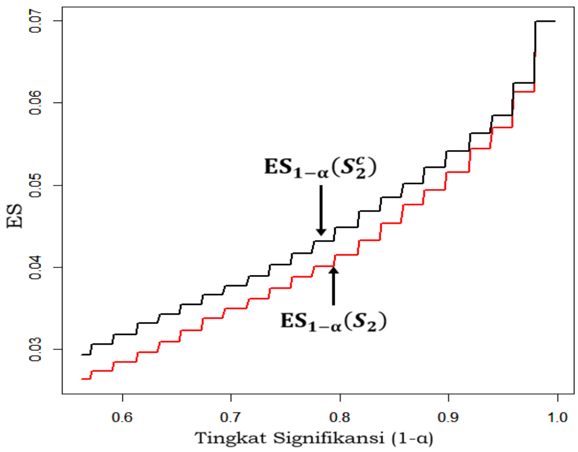
Pada subbab 3.2, VaR sebagai batas atas ukuran risiko agregat ternyata tidak berlaku pada sembarang interval. Oleh karena itu akan digunakan ukuran risiko ES sebagai alternatif sekaligus perbaikan dari model VaR. Hasil pengukuran batas atas ES pada berbagai tingkat kepercayaan dan *holding period* diberikan pada tabel berikut:

Tabel 6 Nilai ES(S_2^c) sebagai batas atas ES(S_2)

Holding period	Tingkat Kepercayaan	ES(S_2^c)
1 hari	90%	-0.07222
	95%	-0.07731
	97%	-0.07839
	98%	-0.08398
	99%	-0.09232
3 hari	90%	-0.082608
	95%	-0.088818
	97%	-0.090136
	98%	-0.096956
	99%	-0.10713
5 hari	90%	-0.090636
	95%	-0.097711
	97%	-0.099212
	98%	-0.106982
	99%	-0.118575

Salah satu interpretasi yang dapat diperoleh berdasarkan Tabel 5 adalah, pada setiap *holding period* dan tingkat kepercayaan, nilai ES(S_2^c) adalah batas atas untuk ES(S_2), sehingga, nilai ES(S_2) pada setiap *holding period* dan tingkat kepercayaan telah dijamin bahwa nilainya akan kurang dari atau sama dengan ES(S_2^c). Sebagai contoh, pada *holding period* 5 hari dengan tingkat kepercayaan 99% diperoleh ES(S_2^c) sama dengan -0.118575, artinya untuk satu periode perdagangan ke depan setelah tanggal 17/09/2021 yaitu tanggal 20/09/2021, prediksi nilai ES(S_2) tidak akan lebih besar dari -0.118575.

Kemudian, berikut kami sajikan pula perhitungan nilai ES(S_2) dan ES(S_2^c) untuk sembarang tingkat kepercayaan 1-α pada interval 0,5 < (1-α) < 1. Hasil yang diperoleh adalah sebagai berikut:



Gambar 5 Nilai ES(S_2) dan ES(S_2^c) pada interval tingkat kepercayaan 0,5<(1-α)<1

Secara teori, pada setiap *holding period* dan tingkat kepercayaan, nilai ES(S_2^c) adalah batas atas untuk ES(S_2). Hal ini memberikan jaminan bahwa nilai ES(S_2) akan kurang dari atau sama dengan ES(S_2^c). Hasil pengukuran yang diperoleh seperti tertera pada Gambar 5 sesuai dengan teori yang ada. Sehingga ES dapat menjadi pilihan yang lebih baik daripada VaR untuk mengukur batas atas risiko kerugian pada portofolio antara saham INDF.JK dan ICBP.JK.

4. SIMPULAN

Berdasarkan hasil pengukuran VaR(S_2^c) dan ES(S_2^c) sebagai batas atas dari VaR(S_2) dan ES(S_2), ES terbukti lebih baik daripada VaR karena untuk setiap nilai tingkat kepercayaan pada interval 0,5 < (1-α) < 1 berlaku ES(S_2) ≤ ES(S_2^c). Pada tingkat signifikansi dan *holding period* yang sama, nilai ES(S_2^c) selalu lebih besar dari VaR(S_2^c). Pada *holding period* 1 hari dengan tingkat kepercayaan 95% diperoleh VaR(S_2^c) sama dengan -0.05231, artinya untuk satu periode perdagangan ke depan setelah tanggal 17/09/2021 yaitu tanggal 20/09/2021, prediksi nilai VaR(S_2) tidak akan lebih besar dari -0.05231. Pada *holding period* 5 hari dengan tingkat kepercayaan 99% diperoleh ES(S_2^c) sama dengan -0.118575, artinya untuk satu periode perdagangan ke depan setelah tanggal 17/09/2021 yaitu tanggal 20/09/2021, prediksi nilai ES(S_2) tidak akan lebih besar dari -0.118575.

UCAPAN TERIMA KASIH.

Ucapan terimakasih diberikan kepada UPN Veteran Jawa Timur yang telah mendanai penelitian ini melalui skema Uber Publikasi.

DAFTAR PUSTAKA

Artzner, P. dkk. (1999). Coherent measures of risk. An International Journal of Mathematics, Statistics and Finance Economics, **9**(3), 203-228.

Banihashemi, dkk. (2017). Portfolio performance evaluation in Mean-CVaR framework: A comparison with non-parametric methods value at risk in Mean-VaR analysis. Operations Research Perspectives, **4**(2), 21-28.

Bernard, C. dkk. (2014). Risk aggregation with dependence uncertainty. Insurance: Mathematics and Economics, **54**(1), 93-108.

Campana, A. (2007). On Tail Value-at-Risk for sums of non-independent random variables with a generalized Pareto distribution. Geneva Risk Insur Rev, **32**(1), 169-180.

Chen, J. M. (2018). On Exactitude in Financial Regulation: Value-at-Risk, Expected Shortfall, and Expectiles. Risks, **6**(2), 1-28.

Dhaene, J. dkk. (2006). Risk Measures and Comonotonicity: A Review. Stochastic Models, **22**(1), 573 - 606.

Embrechts, P., dan Wang, R. (2015). Seven Proofs for the Subadditivity of Expected Shortfall. Department of Mathematics, Zurich-Switzerland, 1-23.

Fischer, M. dkk. (2020). A Discussion on Recent Risk Measures with Application to Credit Risk: Calculating Risk Contributions and Identifying Risk Concentrations. Risks, **6**(142), 1-28.

McNeil, A. J. dkk. (2015). Quantitative risk management: Concepts, techniques and tools: Revised edition. New Jersey: Princeton University Press.

Miskolczi, P. (2017). Note on simple and logarithmic return. Applied Studies in Agribusiness and Commerce. **11**(1-2), 127-136.

Nabella, R. S. dkk (2020). Systemic risk analysis using Conditional Value at Risk (covar) model: evidence in Indonesia. Journal of Economics and Development Studies. **12**(1), 57-67.

Ogawa, M. A. dkk. (2018). Value-at-Risk (VaR) Brazilian Real and currencies of emerging and developing markets. Gestao & Producao, 25(3), 485-499.

Puccetti, G. (2013). Sharp Bounds on the Expected Shortfall for A Sum of Dependent Random Variables. Statistics and Probability Letters. **83**(1), 1227 - 1233.

Ruhani, F. dkk. (2018). Theories Explaining Stock Price Behavior: A Review of the Literature. International Journal of Islamic Banking and Finance Research, **2**(2), 51-64.

Tse, Y-K. (2009). Nonlife Actuarial Models Theory, Methods, and Evaluation. Cambrige University Press.

Xu, Z, 1. (2020). A new characterization of comonotonicity and its application in behavioral finance. Journal of Mathematical Analysis and Applications. **418**(2), 612-625.

Zhang, W. dkk. (2019). On Double Value at Risk. Journal of Risk. **7**(31), 1-22.