

Model Persediaan untuk Barang Deteriorasi dengan Exponential Declining Demand, Time-Varying Holding Cost dan Shortage

An Inventory Model for Deteriorating Items with Exponential Declining Demand, Time-Varying Holding Cost and Shortage

Fadli Azis¹, Erwin Harahap²

¹Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Bale Bandung

²Program Studi Matematika, FMIPA, Universitas Islam Bandung

fadliazis@unibba.ac.id, erwin2h@unisba.ac.id

Abstrak. Pada artikel ini diusulkan model Matematika *Economic Order Quantity* (EOQ) untuk barang yang mengalami deteriorasi selama proses persediaan. Model ini dikembangkan dengan permintaan yang menurun secara eksponensial (*Exponential Declining Demand*), tingkat deteriorasi yang konstan, dan memungkinkan terjadinya *shortage*. Biaya penyimpanan yang berubah-ubah terhadap waktu (*Time-Varying Holding Cost*) adalah fungsi linier yang bergantung terhadap waktu. Biaya pemesanan, penyimpanan, kerusakan, dan biaya kekurangan, diperhitungkan dalam manajemen persediaan. Contoh numerik disajikan untuk menggambarkan model dan dilakukan analisis sensitivitas dari berbagai parameter.

Kata kunci: persediaan, deteriorasi, exponential declining demand, shortage

Abstract. In this paper proposes an EOQ mathematical model for deteriorating items during the inventory process. The model is developed with exponential declining demand, constant deterioration rate, and allowing for shortages. The time-varying holding cost is a linear function of time. The ordering cost, the holding cost, the deteriorating cost, and the shortage cost are considered in the inventory management. A numerical example is presented to illustrate the model and the sensitivity analysis of various parameters is carried out.

Keywords: Inventory, deterioration, exponential declining demand, shortage

1. Pendahuluan

Persediaan merupakan salah satu faktor penting bagi perusahaan, karena persediaan yang terlalu banyak akan menyebabkan perusahaan mengeluarkan biaya yang besar untuk menyimpan barang tersebut, seperti biaya pemeliharaan, biaya sewa gudang, atau biaya asuransi. Sebaliknya pengadaan persediaan yang sedikit akan menimbulkan kerugian bagi perusahaan, seperti meningkatnya biaya pemesanan, terhentinya produksi karena kekurangan bahan baku atau kurangnya produk yang akan dijual sehingga berpotensi kehilangan pendapatan, dan dampak lebih lanjut. adalah hilangnya kepercayaan konsumen. Oleh karena itu, pengaturan mengenai persediaan bagi perusahaan menjadi sangat penting.

Banyak model persediaan telah ditinjau dan dibahas di berbagai sumber. Namun, tidak banyak model persediaan yang melibatkan faktor deteriorasi (penurunan nilai kualitas setelah waktu tertentu). Bagi perusahaan atau industri yang memproduksi barang yang dipengaruhi oleh faktor deteriorasi seperti perusahaan/industri makanan dan bahan kimia, faktor deteriorasi merupakan faktor penting yang perlu diperhatikan untuk mengambil kebijakan dalam mengelola persediaan, karena akan mempengaruhi tingkat persediaan yang optimal. Oleh karena itu, faktor deteriorasi tidak dapat dilepaskan dalam perencanaan model persediaan [1].

Model persediaan dengan faktor deteriorasi telah dipelajari dan dikembangkan dalam beberapa tahun terakhir. Masalah nilai deteriorasi pertama kali dibahas pada tahun 1957 oleh Whitin [2]. Whitin mempertimbangkan dan menghitung nilai deteriorasi dari barang-barang fashion pada akhir periode penyimpanan yang ditentukan. Kemudian pada tahun 1963, Ghare dan Schrader mengembangkan

model EOQ klasik dengan menambahkan tingkat penurunan persediaan dan membuat model matematika untuk barang-barang yang mengalami deteriorasi dalam persediaan, Ghare dan Schrader menentukan bahwa tingkat deteriorasi konstan dan tingkat permintaan konstan [3]. Kemudian dikembangkan oleh Covert dan Philip dengan menggunakan laju deteriorasi dari dua parameter distribusi Weibull dan Gamma untuk merumuskan model dengan asumsi laju permintaan konstan dan tidak terjadi *shortage* [4]. Shah dan Jaiswal [5] menyajikan model persediaan tingkat pesanan untuk kerusakan barang dengan tingkat kerusakan konstan, dan Aggarwal [6] mengembangkan model persediaan tingkat pesanan dengan analisis Shah dan Jaiswal dalam menghitung biaya penyimpanan persediaan rata-rata.

Pada tahun 1981 Dave dan Patel mengembangkan model persediaan deteriorasi pertama dengan permintaan tren linier, penambahan sesaat dan tidak ada kekurangan [7]. Dave dan Patel menghitung permintaan sebagai fungsi linear waktu. Kemudian pada tahun 1983 pertimbangan penurunan permintaan secara eksponensial untuk model persediaan pertama kali diusulkan oleh Hollier dan Mak [8].

Model persediaan dengan tingkat permintaan tidak tetap terus dikembangkan. Beberapa karya terbaru di bidang ini telah dikembangkan oleh Chang dan Dye [9], Chang dan Dye membentuk model persediaan dengan permintaan yang bervariasi waktu dan backlogging parsial. Atas dasar variasi permintaan, Ouyang dan Cheng [10] mengembangkan model persediaan untuk mengurangi barang dengan penurunan permintaan secara eksponensial dan penumpukan parsial. Kemudian model ini dikembangkan oleh Mishra [11] dengan tingkat permintaan bergantung waktu dan biaya penyimpanan yang bergantung waktu. Shing dan Pattnayak [12], Amutha dan Chandrasekaran [13], dan Bhanu [14] juga mempelajari model persediaan untuk item yang mengalami deteriorasi. Pada dasarnya, dalam model persediaan, tingkat permintaan dan biaya penyimpanan dianggap konstan. Namun pada kenyataannya, terkadang dapat diamati bahwa biaya penyimpanan dan tingkat permintaan bergantung pada waktu.

Studi model persediaan kerusakan telah dilakukan. Namun, tidak banyak model pasokan yang memburuk dengan memperhatikan kekurangan. Dalam situasi tertentu, bukan tidak mungkin terjadi kehabisan persediaan, artinya kemungkinan terjadinya permintaan tidak dapat dipenuhi dengan persediaan atau produksi yang ada. Hal ini merupakan hal yang tidak diinginkan sehingga harus diantisipasi dan dihindari sedapat mungkin. Sicilia [15] membahas model persediaan deteriorasi dengan permintaan bergantung waktu, biaya penyimpanan konstan dan memperhatikan *shortage*. Kemudian Tripathi [16] membahas model persediaan deteriorasi dengan permintaan bergantung waktu secara eksponensial, biaya penyimpanan konstan dan memperhatikan kekurangan dan biaya produksi.

Dalam makalah ini, model EOQ akan dikembangkan untuk barang yang mengalami deteriorasi dengan fungsi permintaan menurun secara eksponensial, biaya penyimpanan bergantung waktu, dan mempertimbangkan *shortage*. Masalah utama adalah menentukan total biaya minimum dan menentukan jumlah pesanan yang optimal dengan menentukan waktu terjadinya kekurangan dan lamanya siklus. Sebuah contoh numerik diberikan untuk menggambarkan model kerja. Selanjutnya dilakukan analisis sensitivitas untuk melihat pengaruh perubahan parameter terhadap solusi optimal.

2. Notasi dan Asumsi

Model matematika dalam makalah ini dikembangkan dengan notasi dan asumsi sebagai berikut

2.1. Notasi

| | |
|----------|--|
| $I(t)$ | : Tingkat persediaan pada waktu t |
| θ | : Laju deteriorasi |
| $D(t)$ | : Laju permintaan $D(t) = Ae^{-\lambda t}$, dengan $A > 0$ adalah permintaan awal dan λ ($0 < \lambda < \theta$) adalah konstanta yang mempengaruhi laju permintaan |

| | |
|-------|--|
| HC | : Biaya penyimpanan dengan fungsi linear $H(t) = a + bt$; $a > 0$, $b > 0$ |
| DC | : Biaya deteriorasi per siklus pemesanan |
| P | : Biaya pesan untuk setiap pemesanan |
| C_d | : Biaya deteriorasi per unit barang |
| C_s | : Biaya shortage per unit barang |
| t_1 | : Waktu ketika shortage dimulai |
| T | : Panjang setiap siklus pemesanan |
| W | : Tingkat persediaan maksimum untuk setiap siklus pemesanan |
| S | : Jumlah maksimum shortage untuk setiap siklus pemesanan |
| Q | : Jumlah pesanan untuk setiap siklus pemesanan |

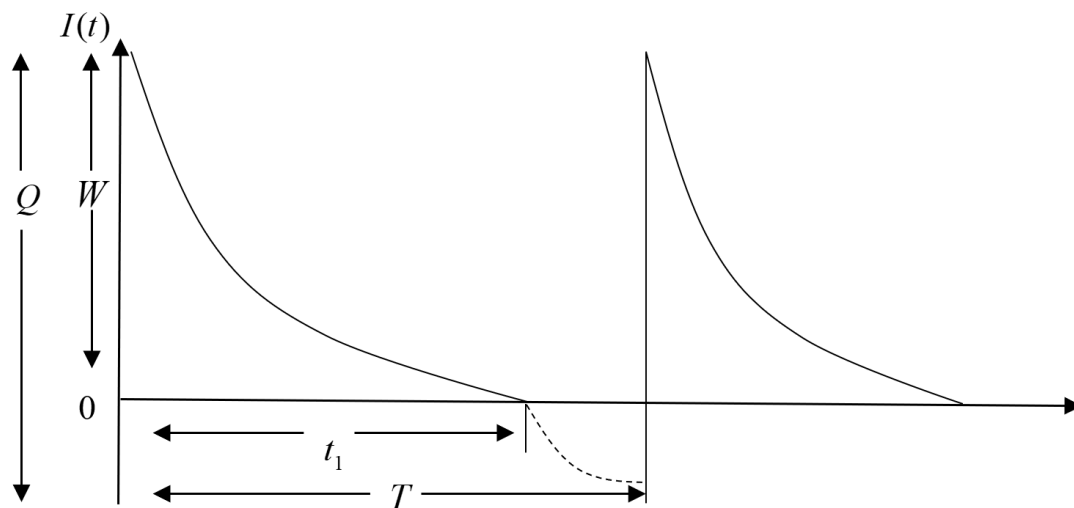
2.2. Asumsi

1. Model dikembangkan untuk model persediaan satu barang.
2. Laju deteriorasi θ ($0 < \theta < 1$) adalah konstan, dan tidak ada perbaikan atau penggantian barang yang rusak selama periode yang ditentukan.
3. Mempertimbangkan terjadinya shortage.
4. Tingkat permintaan diketahui dan menurun secara exponential.
5. Biaya penyimpanan meningkat secara linear.

3. Formulasi Model

Tujuan dari model persediaan ini adalah untuk menentukan jumlah pemesanan yang optimal dan panjang siklus pemesanan sehingga dapat meminimalkan total biaya, Perilaku sistem persediaan setiap waktu diilustrasikan pada Gambar 1 berikut:

Tingkat persediaan



Gambar 1. Tingkat Persediaan

Tingkat persediaan menurun sesuai dengan jumlah barang yang diminta pada waktu t . Pada interval $[0, t_1]$, tingkat persediaan berkurang oleh pengaruh permintaan dan proses deteriorasi barang, dengan

laju penurunan tingkat permintaan menurun secara eksponensial seperti yang ditunjukkan pada Gambar (1). Setelah itu terjadi *shortage* pada interval $[t_1, T]$. Dari kasus ini dapat dibentuk persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) = -Ae^{-\lambda t}, \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (1)$$

karena pada saat $t = t_1$ diketahui bahwa $I(t_1) = 0$, maka solusi dari persamaan (1) diperoleh

$$I(t) = \frac{A}{\theta - \lambda} \left[e^{t_1(\theta - \lambda) - \theta t} - e^{-\lambda t} \right] \quad 0 \leq t \leq t_1 \quad (2)$$

untuk jumlah maksimum persediaan diperoleh dengan memberikan batas untuk nilai $W = I(0)$, dari persamaan (2) diperoleh

$$W = I(0) = \frac{A}{\theta - \lambda} \left[e^{t_1(\theta - \lambda)} - 1 \right] \quad (3)$$

kemudian ditentukan jumlah *shortage* pada interval $[t_1, T]$ sebagai berikut

$$\frac{dI(t)}{dt} = -Ae^{-\lambda t}, \quad t_1 \leq t \leq T \quad (4)$$

dengan kondisi batas $I(t_1) = 0$, maka solusi dari persamaan (4) diperoleh

$$I(t) = \frac{A}{\lambda} \left[e^{-\lambda t} - e^{-\lambda t_1} \right] \quad t_1 \leq t \leq T \quad (5)$$

kemudian ditentukan jumlah maksimum *shortage* per siklus sebagai berikut

$$S = -I(T) = \frac{A}{\lambda} \left[e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda T} \right] \quad (6)$$

dari persamaan (3) dan (6), diperoleh jumlah pesanan per siklus sebagai berikut

$$Q = W + S = \frac{A}{\theta - \lambda} \left[e^{t_1(\theta - \lambda)} - 1 \right] + \frac{A}{\lambda} \left[e^{-\lambda t_1} - e^{-\lambda T} \right] \quad (7)$$

Setelah formulasi model ditentukan untuk tingkat persediaan setiap siklus pemesanan pada interval $[0, t_1]$, tingkat *shortage* pada interval $[t_1, T]$, jumlah persediaan maksimum, jumlah pesanan, dan jumlah *shortage*. Formulasi selanjutnya akan ditentukan untuk total biaya selama periode persediaan $[t_1, T]$. Biaya-biaya tersebut meliputi: biaya pemesanan, biaya deteriorasi, biaya penyimpanan, dan biaya *shortage*.

Biaya deteriorasi per siklus pemesanan adalah biaya yang diperoleh dari biaya deteriorasi per unit barang dikalikan dengan (jumlah persediaan maksimum – jumlah permintaan pada interval $[0, t_1]$)

$$\begin{aligned} DC &= C_d \left[W - \int_0^{t_1} D(t) dt \right] \\ &= C_d \left[W - \int_0^{t_1} A e^{-\lambda t} dt \right] \\ &= C_d A e^{-\lambda t_1} \left[\frac{1}{\theta - \lambda} \left[e^{\theta t_1} - e^{\lambda t_1} \right] + \frac{1}{\lambda} \left[1 - e^{\lambda t_1} \right] \right] \end{aligned} \quad (8)$$

Biaya penyimpanan per siklus adalah

$$HC = \int_0^{t_1} (a + bt) I(t) dt$$

$$HC = \frac{Ae^{-\lambda t_1}}{\theta\lambda(\theta-\lambda)} \left[(a+bt_1)(\theta-\lambda) + a(\lambda e^{\theta t_1} - \theta e^{\lambda t_1}) + \frac{b}{\theta\lambda} [(\theta^2 - \lambda^2) + (\lambda^2 e^{\theta t_1} - \theta^2 e^{\lambda t_1})] \right] \quad (9)$$

Biaya shortage per siklus $[t_1, T]$ diperoleh

$$\begin{aligned} SC &= C_s \left[-\int_{t_1}^T I(t) dt \right] \\ &= C_s \left[-\int_{t_1}^T \frac{A}{\lambda} [e^{-\lambda t} - e^{-\lambda t_1}] dt \right] \\ &= \frac{C_s A e^{-\lambda T}}{\lambda^2} + \frac{C_s T A e^{-\lambda t_1}}{\lambda} - \frac{C_s A e^{-\lambda t_1}}{\lambda^2} - \frac{C_s t_1 A e^{-\lambda t_1}}{\lambda^2} \end{aligned} \quad (10)$$

Total biaya persediaan per satuan waktu per siklus adalah $TIC \equiv TIC(t_1, T)$. TIC = biaya pesan (OC) + biaya deteriorasi (DC) + biaya penyimpanan (HC) + biaya shortage (SC). Jadi, total biaya per satuan waktu adalah

$$\begin{aligned} TIC &= \frac{1}{T} \left\{ P + C_d A e^{-\lambda t_1} \left[\frac{1}{\theta-\lambda} [e^{\theta t_1} - e^{\lambda t_1}] + \frac{1}{\lambda} [1 - e^{\lambda t_1}] \right] + \frac{A e^{-\lambda t_1}}{\theta\lambda(\theta-\lambda)} \right. \\ &\quad \left[(a+bt_1)(\theta-\lambda) + a(\lambda e^{\theta t_1} - \theta e^{\lambda t_1}) + \frac{b}{\theta\lambda} [(\theta^2 - \lambda^2) + (\lambda^2 e^{\theta t_1} - \theta^2 e^{\lambda t_1})] \right] \\ &\quad \left. + \left[\frac{C_s A e^{-\lambda T}}{\lambda^2} + \frac{C_s T A e^{-\lambda t_1}}{\lambda} - \frac{C_s A e^{-\lambda t_1}}{\lambda^2} - \frac{C_s t_1 A e^{-\lambda t_1}}{\lambda^2} \right] \right\} \end{aligned} \quad (11)$$

Tujuan model ini adalah untuk menentukan nilai optimal t_1^* dan T^* untuk meminimumkan total biaya persatuan waktu (TIC). Solusi optimal ditentukan dengan menghitung $\frac{\partial TIC}{\partial t_1} = 0$ dan $\frac{\partial TIC}{\partial T} = 0$

$$\begin{aligned} \frac{\partial TIC}{\partial t_1} &= \frac{C_d A e^{(\theta-\lambda)t_1}}{T} - \frac{C_d A e^{-\lambda t_1}}{T} - \frac{a A e^{-\lambda t_1}}{\theta T} + \frac{b A e^{-\lambda t_1}}{\theta \lambda T} - \frac{b t_1 A e^{-\lambda t_1}}{\theta T} \\ &\quad + \frac{a A e^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta T} - \frac{b A e^{-\lambda t_1}}{\lambda(\theta-\lambda)T} + \frac{\lambda b A e^{-\lambda t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T} + \frac{b A e^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta^2 T} - C_s A e^{-\lambda t_1} \\ &\quad + \frac{C_s t_1 A e^{-\lambda t_1}}{T} = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

dan

$$\begin{aligned}
\frac{\partial TIC}{\partial T} &= \frac{-P}{T^2} - \frac{C_d Ae^{(\theta-\lambda)t_1}}{(\theta-\lambda)T^2} + \frac{C_d A}{(\theta-\lambda)T^2} - \frac{C_d Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^2} + \frac{C_d A}{\lambda T^2} - \frac{aAe^{-\lambda t_1}}{\theta \lambda T^2} \\
&\quad - \frac{bt_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\theta \lambda T^2} - \frac{aAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta(\theta-\lambda)T^2} + \frac{aA}{\lambda(\theta-\lambda)T^2} - \frac{bAe^{-\lambda t_1}}{\lambda^2(\theta-\lambda)T^2} \\
&\quad + \frac{bAe^{-\lambda t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T^2} - \frac{bAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T^2} + \frac{bA}{\lambda^2(\theta-\lambda)T^2} - \frac{C_s Ae^{-\lambda T}}{\lambda T} \\
&\quad - \frac{C_s Ae^{-\lambda T}}{\lambda^2 T^2} + \frac{C_s Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda^2 T^2} + \frac{C_s t_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^2} = 0
\end{aligned} \tag{13}$$

selanjutnya ditentukan kondisi cukup dari persamaan (12) dan (13), berdasarkan Rao [17], maka diperoleh persamaan (14), (15), (16), dan (17) sebagai berikut

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 TIC}{\partial t_1^2} &= \frac{(\theta-\lambda)C_d Ae^{(\theta-\lambda)t_1}}{T} + \frac{\lambda C_d Ae^{-\lambda t_1}}{T} + \frac{\lambda aAe^{-\lambda t_1}}{\theta T} - \frac{2bAe^{-\lambda t_1}}{\theta T} + \frac{\lambda bt_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\theta T} \\
&\quad + \frac{(\theta-\lambda)aAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta T} + \frac{bAe^{-\lambda t_1}}{(\theta-\lambda)T} - \frac{\lambda^2 bAe^{-\lambda t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T} + \frac{(\theta-\lambda)bAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta^2 T} \\
&\quad + \lambda C_s Ae^{-\lambda t_1} + \frac{C_s Ae^{-\lambda t_1}}{T} - \frac{\lambda C_s t_1 Ae^{-\lambda t_1}}{T} > 0
\end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 TIC}{\partial T^2} &= \frac{2P}{T^3} + \frac{2C_d Ae^{(\theta-\lambda)t_1}}{(\theta-\lambda)T^3} - \frac{2C_d A}{(\theta-\lambda)T^3} + \frac{2C_d Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^3} - \frac{2C_d A}{\lambda T^3} + \frac{2aAe^{-\lambda t_1}}{\theta \lambda T^3} \\
&\quad + \frac{2bt_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^3} + \frac{2aAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta(\theta-\lambda)T^3} - \frac{2aA}{\lambda(\theta-\lambda)T^3} + \frac{2bAe^{-\lambda t_1}}{\lambda^2(\theta-\lambda)T^3} \\
&\quad - \frac{2bAe^{-\lambda t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T^3} + \frac{2bAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T^3} + \frac{2bA}{\lambda^2(\theta-\lambda)T^3} + \frac{C_s Ae^{-\lambda T}}{T} \\
&\quad + \frac{2C_s Ae^{-\lambda T}}{\lambda T^2} + \frac{2C_s Ae^{-\lambda T}}{\lambda^2 T^3} - \frac{2C_s Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^3} + \frac{2C_s t_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\lambda T^3} > 0
\end{aligned} \tag{15}$$

dan

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 TIC}{\partial t_1 \partial T} &= \frac{-C_d Ae^{(\theta-\lambda)t_1}}{T^2} + \frac{C_d Ae^{-\lambda t_1}}{T^2} + \frac{aAe^{-\lambda t_1}}{\theta T^2} - \frac{bAe^{-\lambda t_1}}{\theta \lambda T^2} + \frac{bt_1 Ae^{-\lambda t_1}}{\theta T^2} \\
&\quad - \frac{aAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta T^2} + \frac{bAe^{-\lambda t_1}}{\lambda(\theta-\lambda)T^2} - \frac{\lambda bAe^{-\lambda t_1}}{\theta^2(\theta-\lambda)T^2} - \frac{bAe^{(\theta-\lambda)t_1}}{\theta^2 T^2} \\
&\quad - \frac{C_s t_1 Ae^{-\lambda t_1}}{T^2}
\end{aligned} \tag{16}$$

Kemudian

$$\frac{\partial^2 TIC}{\partial t_1^2} \Big|_{(t_1^*, T^*)} \times \frac{\partial^2 TIC}{\partial T^2} \Big|_{(t_1^*, T^*)} - \left[\frac{\partial^2 TIC}{\partial t_1 \partial T} \Big|_{(t_1^*, T^*)} \right]^2 > 0 \tag{17}$$

Dengan menggunakan t_1^* dan T^* yang memenuhi pertidaksamaan (17) diperoleh tingkat persediaan maksimum yang optimal dan total biaya persediaan minimum per unit waktu dari persamaan (3) dan (11), masing-masing dinotasikan W^* dan TIC^* . Kemudian jumlah pesanan yang optimal dari persamaan (7) dinotasikan dengan Q^* . Selanjutnya untuk menguji model di atas, digunakan simulasi numerik dengan memberikan nilai pada parameter yang ditentukan.

4. Simulasi Numerik

Pada bagian ini, diberikan contoh numerik untuk menggambarkan bagaimana model di atas bekerja. Untuk mengilustrasikan model di atas diberikan nilai parameter sebagai berikut:

$$A = 100, \lambda = 0.02, \theta = 0.08, P = 200, C_d = 2, a = 0.5, b = 0.2.$$

Dengan mengikuti prosedur penyelesaian sebelumnya, diperoleh nilai optimal untuk $t_1^* = 1.831636266$, $T^* = 2.383113701$, $W^* = 589.501483$, $Q^* = 792.579388$, dan $TIC^* = 27864.6523$.

5. Analisis Sensitivitas

Analisis sensitivitas dilakukan untuk melihat pengaruh perubahan parameter terhadap solusi optimal. Pengujian sensitivitas dilakukan dengan mengubah satu parameter sebesar 20%, 40% (positif dan negatif) dan untuk parameter lainnya dibuat tetap. Analisis sensitivitas dengan parameter yang berbeda ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 1. Analisis sensitivitas untuk parameter λ

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.40692828 | 1.84880530 | 246.643957 | 194.059313 | 56337.450 |
| +20 | 2.39492827 | 1.84015653 | 246.559791 | 193.831191 | 53219.697 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.37147978 | 1.82324128 | 246.402486 | 193.387706 | 48524.563 |
| -40 | 2.36002497 | 1.81497071 | 246.329531 | 193.172411 | 46996.220 |

Tabel 2. Analisis sensitivitas untuk parameter a

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.23501026 | 1.63926281 | 229.569892 | 172.258758 | 51856.035 |
| +20 | 2.30438635 | 1.72986795 | 237.463465 | 182.282946 | 51266.893 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.47308579 | 1.94672609 | 256.858180 | 206.497726 | 49920.168 |
| -40 | 2.57667865 | 2.07783642 | 268.907069 | 221.291310 | 49150.863 |

Tabel 3. Analisis sensitivitas untuk parameter b

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.30948576 | 1.74748399 | 238.204318 | 184.238250 | 71431.504 |
| +20 | 2.34437658 | 1.78749794 | 242.121385 | 188.687310 | 60918.395 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.42653007 | 1.88076889 | 251.374982 | 199.099453 | 40571.515 |
| -40 | 2.47575455 | 1.93607004 | 256.939944 | 205.300476 | 30792.807 |

Tabel 4. Analisis sensitivitas untuk parameter θ

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|-----------|------------|------------|-------------|-----------|
| +40 | 2.3059542 | 1.7361414 | 242.972324 | 188.2480587 | 18830.805 |
| +20 | 2.3435288 | 1.78276509 | 244.728172 | 190.9183066 | 29419.574 |
| 0 | 2.3831137 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.4248217 | 1.88287453 | 248.216850 | 196.306852 | 101595.20 |
| -40 | 2.4687871 | 1.93661525 | 249.932289 | 199.008403 | 267629.06 |

Tabel 5. Analisis sensitivitas untuk parameter A

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.04376883 | 1.58470718 | 294.727522 | 232.748845 | 79894.194 |
| +20 | 2.19307652 | 1.69388143 | 271.573922 | 213.954022 | 64793.142 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.63715534 | 2.01372496 | 218.842553 | 171.234300 | 37480.871 |
| -40 | 3.00312348 | 2.27199552 | 187.662215 | 146.048263 | 25497.494 |

Tabel 6. Analisis sensitivitas untuk parameter C_d

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.33156071 | 1.76511569 | 240.568502 | 186.197361 | 51050.590 |
| +20 | 2.35679663 | 1.79773389 | 243.458634 | 189.827138 | 50840.152 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.41057801 | 1.86689825 | 249.639030 | 197.547338 | 50400.527 |
| -40 | 2.43926216 | 1.90360199 | 252.947033 | 201.657280 | 50170.913 |

Tabel 7. Analisis sensitivitas untuk parameter C_s

| Perubahan (%) | T^* | t_1^* | Q^* | W^* | TIC^* |
|---------------|------------|------------|------------|------------|-----------|
| +40 | 2.28806716 | 1.88057116 | 238.163244 | 199.077320 | 55282.665 |
| +20 | 2.32820003 | 1.85960256 | 241.669513 | 196.731473 | 53071.610 |
| 0 | 2.38311370 | 1.83163626 | 246.479326 | 193.607353 | 50623.531 |
| -20 | 2.46292492 | 1.79241827 | 253.492893 | 189.235126 | 47803.318 |
| -40 | 2.58991225 | 1.73329956 | 264.701542 | 182.663678 | 45010.887 |

Berdasarkan pada Tabel 1 hingga 7, diperoleh informasi sebagai berikut:

1. Tabel 1 mengindikasikan bahwa, ketika parameter λ mengalami kenaikan, maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* juga mengalami kenaikan, sebaliknya ketika parameter λ mengalami penurunan maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* juga mengalami penurunan. Dari Tabel 1 dapat dilihat pula bahwa, t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* cukup sensitif terhadap perubahan parameter λ .
2. Tabel 2 mengindikasikan bahwa, ketika parameter a mengalami kenaikan, maka t_1^* , T^* , Q^* , dan W^* mengalami penurunan sedangkan TIC^* mengalami kenaikan, sebaliknya t_1^* , T^* , Q^* , dan W^* mengalami kenaikan ketika parameter a mengalami penurunan dan TIC^* mengalami penurunan. Di sini dapat dilihat t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* tidak begitu sensitif terhadap perubahan parameter a .

3. Tabel 3 mengindikasikan bahwa, ketika parameter b mengalami kenaikan, maka t_1^* , T^* , Q^* , dan W^* mengalami penurunan sedangkan TIC^* mengalami kenaikan, sebaliknya t_1^* , T^* , Q^* , dan W^* mengalami kenaikan ketika parameter b mengalami penurunan dan TIC mengalami penurunan. Di sini dapat dilihat t_1^* , T^* , Q^* , W^* tidak begitu sensitif terhadap perubahan parameter b , sedangkan TIC^* cukup sensitif terhadap perubahan parameter b .
4. Tabel 4 mengindikasikan bahwa, ketika parameter θ naik, maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* mengalami penurunan, sebaliknya ketika parameter θ mengalami penurunan maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* juga mengalami kenaikan. Dari Tabel 4 dapat dilihat pula bahwa, t_1^* , T^* , Q^* , W^* , TIC^* sangat sensitif terhadap perubahan parameter θ .
5. Tabel 5 mengindikasikan bahwa, ketika parameter A mengalami kenaikan, maka t_1^* dan T^* mengalami penurunan, sedangkan Q^* , W^* , dan TIC^* mengalami kenaikan. Sebaliknya t_1^* dan T^* mengalami kenaikan ketika parameter A mengalami penurunan dan Q^* , W^* , TIC^* juga mengalami penurunan. Dari Tabel 5 dapat dilihat t_1^* , T^* , Q^* , W^* , dan TIC^* cukup sensitif terhadap perubahan parameter A .
6. Tabel 6 mengindikasikan bahwa, ketika parameter C_d mengalami kenaikan, maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* mengalami penurunan, sedangkan TIC^* mengalami kenaikan, sebaliknya ketika parameter C_d mengalami penurunan maka t_1^* , T^* , Q^* , W^* mengalami kenaikan, sedangkan TIC^* mengalami penurunan. Dari Tabel 4.6 dapat dilihat pula bahwa, t_1^* , T^* , Q^* , W^* , dan TIC^* tidak begitu sensitif terhadap perubahan parameter C_d .
7. Tabel 7 mengindikasikan bahwa, ketika parameter C_s mengalami kenaikan, maka t_1^* , W^* , dan TIC^* juga mengalami kenaikan, sedangkan T^* dan Q^* mengalami penurunan. Sebaliknya ketika parameter C_s mengalami penurunan maka t_1^* , W^* , dan TIC^* juga mengalami penurunan, sedangkan T^* dan Q^* mengalami kenaikan. Dari Tabel 7 dapat dilihat pula bahwa, t_1^* , T^* , Q^* , W^* , dan TIC^* cukup sensitif terhadap perubahan parameter C_s .

6. Kesimpulan

Pada model persediaan yang mempertimbangkan faktor deteriorasi dan terjadinya *shortage* dengan tingkat permintaan yang menurun secara eksponensial, tingkat deteriorasi dan tingkat permintaan sangat mempengaruhi solusi optimal dari model. Ketika perbedaan tingkat deteriorasi dengan tingkat permintaan besar, maka solusi optimal menurun yang menunjukkan total biaya persediaan mencapai nilai yang lebih minimum, sedangkan ketika laju deteriorasi dengan tingkat permintaan memiliki perbedaan kecil, maka solusi optimal meningkat.

Penyempurnaan model persediaan dengan mempertimbangkan faktor deteriorasi sangat kompleks, sehingga dilakukan pendekatan untuk mendapatkan solusi optimal dari sistem yang memerlukan penyelesaian persamaan non-linear dengan menggunakan beberapa metode numerik.

Referensi

- [1] Limansyah, T. (2011). Analisis Model Persediaan Barang *EOQ* dengan Mempertimbangkan Faktor Kadaluarsa dan Faktor *All Unit Discount*. Bandung: Lembaga Penelitian dan Pengabdian Kepada Masyarakat, Universitas Katolik Parahyangan.
- [2] Whitin, T. M. (1957). Theory of Inventory Management. Princeton, *Princeton University Press*, pp. 62-72.

- [3] Ghare and Schrader, G. F. (1963). A Model for an Exponentially Decaying Inventory,” *Journal of Industrial Engineering*. Vol. 14, 238-243.
- [4] Covert, R.B., and Philip, G.S. (1973). An EOQ model with Weibull distribution deterioration, *AIIE Transactions*, 5, 323-326.
- [5] Shah, Y. K., and Jaiswal. (1977). An order level inventory model for a system with constant rate of deterioration. *Opsearch*, 14, 174-184.
- [6] Aggarwal, S. P. (1978). A note on an order level model for a system with constant rate of deterioration, *Opsearch*, 15, 184-187.
- [7] Dave and L. K. Patel. (1981). (T, Si) Policy Inventory Model for Deteriorating Items with Time Proportional Demand. *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 32, 137-142.
- [8] Hollier, R.H., and Mak, K.L. (1983). Inventory replenishment policies for deteriorating items in a declining market, *International Journal of Production Research*, 21, 813-826.
- [9] Chang, H. J., and Dye, C. Y. (1999). An EOQ Model With Deteriorating Items With Time Varying Demand and Partial Backlogging, *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 50, pp.1176-1182.
- [10] Ouyang, L.Y., Wu, K.S., and Cheng, M.C. (2005). An Inventory Model for Deteriorating Items With Exponential Declining Demand and Partial Backlogging, *Yugoslav Journal of Operations Research*, Vol. 15, No 2, 277-288.
- [11] Mishra, V. K., Singh, L. S and R. Kumar. (2013). An Inventory Model for Deteriorating Items with Time-Dependent Demand and Time-Varying Holding Cost under Partial Backlogging, *Journal of Industrial Engineering International*, Vol. 9, No. 4, 1-5.
- [12] Singh, T., and Pattnayak, N. An EOQ Model for Deteriorating Items With Linear Demand, Variable Deterioration and Partial Backlogging, *Journal of Service Science and Management*, Vol. 6, pp. 186-190.
- [13] Amutha, R., and Chandrasekaran, E. (2013). An EOQ Model for a Deteriorating Item With Quadratic Demand and Time Dependent Holding Cost, *International Journal of Emerging Science and Engineering*, 5, pp. 5-6.
- [14] Bhanu, P. D., Trailokyanath, S., and Hadhibandu, P. (2014). An Inventory Model for Deteriorating Items With Exponential Declining Demand and Time- Varying Holding Cost, *American Journal of Operations Research*, 4, 1-7.
- [15] Sicilia, J., Gonzalez, D. R., Jaime, F. A., David, A. L. (2014). An Inventory Model for Deteriorating Items With Shortage and Time-Varying Demand, *International Journal of Production Economics*, 155, 155-162.
- [16] Triphati, R. P., Sarla, P., Manjit, K. (2016). Inventory Model With Exponential Tme-Dependent Demand Rate, Variable Deterioration, Shortages and Production Cost, *International Conference on Recent Innovation in Science, Education and Technology*. 1121-1135.
- [17] Rao. (1984). *Optimization Theory and Applications*. New Delhi, Arya Pura.