



Diagram Kontrol T^2 Hotelling Minimum Volume Ellipsoid (Penerapan pada Pengontrolan Fluktuasi Saham)

Dimas Andhika Nugroho, Suwanda*

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 2/4/2022
Revised : 6/7/2022
Published : 7/7/2022



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 2
No. : 1
Halaman : 19-26
Terbitan : Juli 2022

ABSTRAK

Pencilan merupakan datum yang letaknya jauh dari datum yang lainnya. Pencilan muncul akibat kejadian yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh. Pencilan biasanya terdapat pada data yang memiliki karakteristik harian seperti data saham. Dengan adanya pencilan tersebut diagram kontrol T^2 Hotelling yang digunakan untuk mengontrol pergeseran vektor rata-rata menjadi tidak peka terhadap adanya perubahan proses. Skripsi ini membahas diagram kontrol T^2 Hotelling penduga Minimum Volume Ellipsoid (MVE) yang tidak terpengaruh adanya pencilan. Diagram kontrol ini kemudian diaplikasikan pada pengontrolan indeks saham harian PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA) dan Saham Gabungan (IHSG) secara simultan. Hasil pengujian yang dilakukan menunjukkan bahwa diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE lebih efektif dalam mendeteksi pencilan yaitu terdapat sebanyak 13 data yang *out of control* dengan nilai BKA sebesar 5,5025.

Kata Kunci : Fluktuasi; Minimum Volume Ellipsoid; T^2 Hotelling.

ABSTRACT

Outliers are datums that are far from other datums. Outliers arise as a result of unusual events that may be very important and need to be investigated further. Outliers are usually found in data that has daily characteristics such as stock data. With this outlier, the T^2 Hotelling control chart used to control the average vector shift becomes insensitive to changes in the process. This thesis discusses the T^2 Hotelling control chart for the Minimum Volume Ellipsoid (MVE) estimator which is not affected by outliers. This control chart is then applied to the daily stock index control of PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA) and the Joint Stock (JCI) simultaneously. The results of the tests carried out show that the T^2 Hotelling control chart for the MVE estimator is more effective in detecting outliers, namely there are 13 data that are out of control with a UCL value of 5.5025.

Keywords : Fluctuation; Minimum Ellipsoid Volume; T^2 Hotelling.

@ 2022 Jurnal Riset Statistika Unisba Press. All rights reserved.

A. Pendahuluan

Pencilan merupakan datum yang letaknya jauh dari datum yang lainnya. Terkadang pencilan berisi keterangan yang tidak terdapat pada datum lain, misalnya pencilan muncul akibat kejadian yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih jauh [1]. Pencilan pada data menyebabkan peneliti kurang tepat dalam mengartikan kesimpulan, sehingga diperlukan cara untuk mengatasi pencilan tersebut.

Pencilan sering muncul pada saat pengumpulan data dalam rangka pengendalian proses fase I, khususnya dalam proses produksi di bidang manufaktur [2]. Alat yang sering digunakan untuk pengontrolan proses adalah diagram kontrol T^2 Hotelling. Dalam menganalisis himpunan data historis fase I, biasanya diawali dengan menaksir parameter proses yaitu vektor mean sampel dan matriks kovarians sampel. Telah diketahui bahwa penaksir-penaksir tersebut sensitif terhadap pengamatan pencilan [3].

Pendekatan lainnya adalah dengan menggunakan penaksir robust dari parameter proses. Dalam Vargas [4] diperkenalkan penggunaan metode menaksir robus dengan *breakdown point* tinggi didasarkan pada *minimum volume ellipsoid* (MVE) [5] dan metode *minimum covariance determinant* (MCD) [6]. Vargas [4] menunjukkan bahwa diagram kontrol T^2 dengan metode menggunakan MVE lebih efektif untuk mendeteksi terjadinya *out of control* dengan keberadaan beberapa *outlier*. Pencilan biasanya terdapat pada data yang memiliki karakteristik harian, salah satunya yaitu pada data saham. Berdasarkan hal tersebut, peneliti ingin melihat pergerakan saham PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA) menggunakan diagram kontrol T^2 Hotelling berdasarkan penduga MVE.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Bagaimana diagram kontrol T^2 MVE dibentuk?” dan “Bagaimana penggunaan diagram kontrol T^2 MVE dalam mengontrol pergerakan saham PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA)?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini adalah: (1) Menjelaskan pembentukan diagram kontrol T^2 MVE; (2) Menerapkan penggunaan diagram kontrol T^2 MVE dalam mengontrol pergerakan saham PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA).

B. Metode Penelitian

Distribusi Normal Multivariat

Distribusi normal multivariat sering digunakan dalam membangun statistik untuk keperluan inferensial beberapa parameter secara simultan. Salah satu keuntungan dari distribusi normal multivariat adalah secara matematis dapat ditelusuri dan dapat memperoleh distribusi eksak dari statistik yang diajukan. Vektor acak $\vec{X} = (X_1, X_2, \dots, X_p)^t$ dikatakan berdistribusi normal multivariat dengan vektor rata-rata μ dan matriks varians-kovarians Σ yang definit positif, ditulis $N_p(\mu, \Sigma)$, jika fungsi densitas bersamanya berbentuk:

$$f_X(x_1, x_2, \dots, x_p) = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}(x - \mu)^t \Sigma^{-1}(x - \mu)\right\}}{\sqrt{(2\pi)^p |\Sigma|}}$$

Penaksir Kemungkinan Maksimum

Untuk menaksir vektor rata-rata populasi dan matriks kovarians populasi, ambil sampel acak berukuran n , x_1, x_2, \dots, x_n dari populasi tersebut. Berikut penaksir kemungkinan maksimum (*maximum likelihood estimation*), masing-masing untuk μ dan Σ adalah:

$$\hat{\mu} = \bar{X} = \begin{pmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \\ \vdots \\ \bar{X}_p \end{pmatrix}$$

$$\text{dimana } \bar{X}_i = \frac{X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{ni}}{n}$$

dan penaksir untuk Σ adalah:

$$\hat{\Sigma} = S = \begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12} & \cdots & s_{1p} \\ s_{21} & s_2^2 & \cdots & s_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{p1} & s_{p2} & \cdots & s_p^2 \end{pmatrix}$$

dimana $s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum x_i^2$ dengan $\sum x_i^2 = \sum_{r=1}^n (X_{ri} - \bar{X}_i)^2$

$$s_{jk} = \frac{1}{n-1} \sum \sum x_j \cdot x_k \text{ dengan } \sum \sum x_j \cdot x_k = \sum_{t=1}^n \sum_{s=1}^n (X_{sj} - \bar{X}_j)(X_{tk} - \bar{X}_k)$$

Pengujian Normal Multivariat

Hipotesis yang diuji yaitu sebagai berikut:

H₀: data berdistribusi normal multivariat

H₁: data tidak berdistribusi normal multivariat

Kemiringan multivariat atau skewness multivariat dapat dijelaskan dengan rumus:

$$z_1 = \frac{(p+1)(n+1)(n+3)}{6[(n+1)(p+1)-6]} b_{1,p}$$

Dengan $\alpha=5\%$, kriteria uji untuk skewness adalah terima H₀ jika $-Z_{\alpha/2} < Z_1 < Z_{\alpha/2}$.

Sedangkan kurtosis multivariat dapat dijelaskan dengan rumus:

$$z_2 = \frac{b_{2,p} - p(p+2)}{\sqrt{8p(p+2)/n}}$$

Dengan $\alpha=0,2\%$, kriteria uji untuk kurtosis adalah terima H₀ jika $-Z_{\alpha/2} < Z_2 < Z_{\alpha/2}$.

Bentuk Kuadrat dan Ellipsoid

Andaikan vektor acak $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ dengan μ adalah parameter vektor rata-rata berdimensi p dan Σ adalah parameter matriks kovarian berdimensi $p \times p$, simetris dan definit positif. Bentuk kuadrat didefinisikan sebagai:

$$(X - \mu)^t \Sigma^{-1} (X - \mu)$$

Penaksir Robust Minimum Volume Ellipsoid

MVE pertama kali diperkenalkan oleh Rousseeuw yang merupakan seorang ahli statistik dalam bidang penaksir *robust*. Menurut Van Aelst dan Rousseeuw (2009), penduga MVE merupakan salah satu penduga *robust* untuk mendeteksi pencilan dengan *high breakdown* untuk parameter lokasi dan *scatter* multivariat.

Penaksir *minimum volume ellipsoid* (MVE) didefinisikan sebagai pasangan (T, C) , dimana $T(X)$ adalah vektor berdimensi p dan $C(X)$ matriks $p \times p$ definit positif sehingga determinan C minimum dengan kendala:

$$\#\{i; (x_i - T)C^{-1}(x_i - T)^t \leq a^2\} \geq h$$

Algoritma Khachiyon dalam mencari MVE, memuat $Q := conv\{\pm q^1, \dots, \pm q^m\}$, tetapi karena algoritma tersebut merupakan *dual* algoritma, itu menciptakan rangkaian ellipsoid, yaitu:

$$\mathcal{E}_k := \{y \in \mathbb{R}^n: y^T \Lambda(p^k)^{-1} y \leq 1\}$$

ketika $\mathcal{E}_k \subseteq Q$ terpenuhi, dan berhenti ketika $Q \subseteq \sqrt{(1 + \epsilon)n} \mathcal{E}_k$. Maka polar ellipsoidnya, yaitu:

$$\mathcal{E}_k^o = \{z \in \mathbb{R}^n: z^T \Lambda(p^k) z \leq 1\}$$

Semua memuat polar politopnya, yaitu:

$$Q^o = \{z \in \mathbb{R}^n: -1 \leq (q^i)^T z \leq 1, i = 1, \dots, m\}$$

dan algoritmanya berhenti ketika $(1/\sqrt{(1 + \epsilon)n}) \mathcal{E}_k^o$ terdapat dalam Q^o .

Diagram Kontrol

Diagram kontrol merupakan salah satu cara untuk melakukan pengendalian kualitas [7]. Diagram kontrol dapat melihat suatu proses terkendali atau tidak terkendali dilihat dari titik-titik dalam grafik. Keadaan terkendali apabila titik-titik berada diantara batas kendali.

Diagram Kontrol T^2 Hotelling

Mason dan Young (1999, 2001) dalam Djauhari [8] mengatakan bahwa alat yang efektif untuk mendeteksi perubahan proses kendali yang sangat kecil dengan menggunakan diagram kontrol T^2 Hotelling. Nilai statistik *t-student* didekati oleh:

$$t = \frac{(\bar{X} - \mu_0)}{s/\sqrt{n}}$$

Dengan X_1, X_2, \dots, X_n adalah sampel acak populasi. Dimana \bar{x} dan s didapatkan dengan rumus:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n X_j$$

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2$$

Nilai *t-student* dikuadratkan dan menjadi distribusi T^2 sebagai berikut:

$$t^2 = \frac{(\bar{X} - \mu_0)^2}{s/\sqrt{n}} = n(\bar{X} - \mu_0)(S^2)^{-1}(\bar{X} - \mu_0)$$

Batas Kendali Diagram Kontrol

Ada tiga batas dalam diagram kontrol diantaranya, yaitu *Upper Control Limit* (UCL) atau Batas Kendali Atas (BKA), *Central Line* (CL) atau Garis Pusat (GP), dan *Lower Control Limit* (LCL) atau Batas Kendali Bawah (BKB). Batas-batas kendali pada diagram kontrol T^2 Hotelling adalah sebagai berikut:

$$BKA = \frac{(n-1)^2}{n} \beta_{\alpha; \frac{p}{2}, \frac{n-p-1}{2}}$$

$$GP = \frac{\sum x_i}{n}$$

$$BKB = 0$$

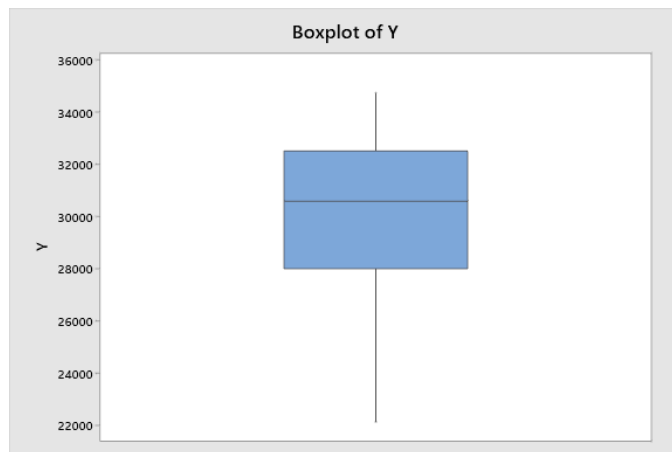
Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini merupakan data sekunder yaitu indeks harga saham harian PT. Bank Central Asia Tbk. (BBCA) dan data Indeks Harga Saham Gabungan (IHSG) yang diperoleh dari hasil publikasi Bursa Efek Indonesia (BEI). Variabel yang digunakan dalam penelitian ini adalah saham harian BBCA (Y) dan saham IHSG (X).

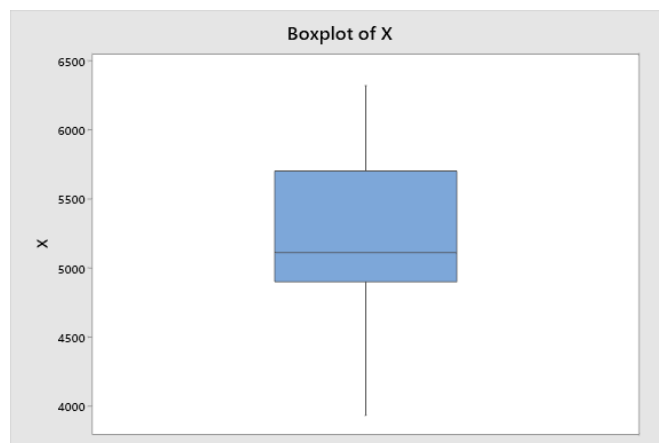
C. Hasil dan Pembahasan

Data yang digunakan pada penelitian ini dideskripsikan berdasarkan nilai rata-rata, nilai ragam, nilai minimum, dan nilai maksimum. Karakteristik umum diketahui bahwa rata-rata saham BBKA (Y) sebesar 30.393,80 dengan keragaman sebesar 8558551, nilai terendah sebesar 22.150 dan nilai tertinggi sebanyak 34.750. Rata-rata saham IHSG (X) sebesar 5.248,81 dengan keragaman sebesar 301979, nilai saham terendah sebesar 3.937,63 sedangkan nilai tertinggi sebesar 6.325,41.

Dibuatkan juga *boxplot* dari setiap variabel dan didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 1. Boxplot Variabel Y



Gambar 2. Boxplot Variabel X

Uji Normalitas Multivariat

Dilakukan pengujian normalitas menggunakan *software* Matlab dari data yang sudah di transformasi dan didapatkan hasil sebagai berikut:

Tabel 1. Uji Normalitas

Multivariate	Coefficient	Statistic	df	P
Skewness	0,2145	8,6500	4	0,0705
Skewness corrected for small sample	0,2145	8,8299	4	0,0655
Kurtosis	6,4360	-3,0413		0,0024

Kriteria uji adalah Tolak H_0 jika $p\text{-value} < \alpha$ dan digunakan taraf nyata $\alpha = 0,05$ untuk skewness dan taraf nyata $\alpha = 0,002$ untuk kurtosis. Berdasarkan Tabel 1 diatas terlihat bahwa hasil uji skewness memiliki nilai $p\text{-value} = 0,0705$, maka $p\text{-value} > \alpha$ atau $0,0705 > 0,05$ dan hasil uji kurtosis memiliki nilai $p\text{-value} = 0,0024$, maka $p\text{-value} > \alpha$ atau $0,0024 > 0,002$ sehingga dapat dikatakan bahwa data berdistribusi normal.

T^2 Hotelling

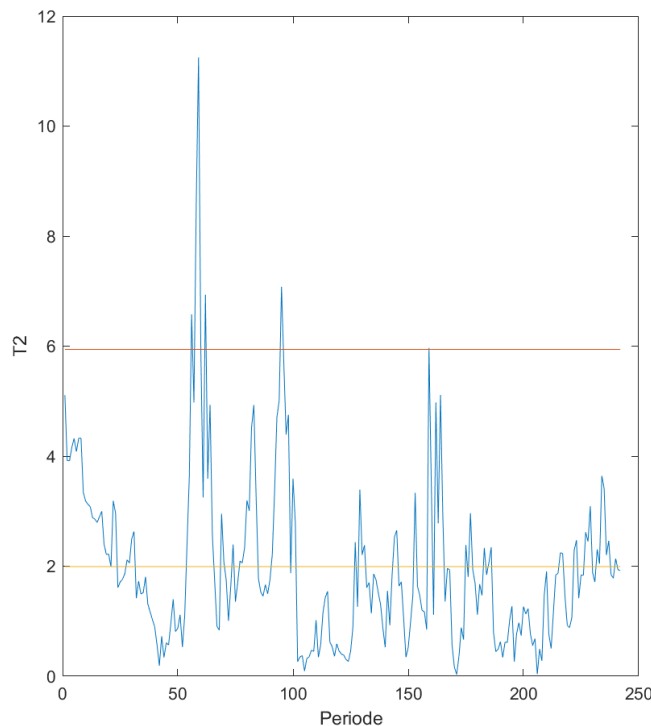
Dilakukan perhitungan untuk melihat batas-batas kendali dari diagram kontrol T^2 Hotelling dan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$BKA = \frac{(n-1)^2}{n} \beta_{\alpha; \frac{p}{2}, \frac{n-p-1}{2}} = \frac{(242-1)^2}{242} \beta_{0,05; \frac{2}{2}, \frac{242-2-1}{2}} = \frac{241^2}{242} \beta_{0,05; \frac{2}{2}, \frac{242-2-1}{2}} = 5,9418$$

$$GP = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{482}{242} = 1,9917$$

$$BKB = 0$$

Untuk melakukan pengujian T^2 Hotelling klasik dilakukan dengan menggunakan *software* Matlab dan didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 3. Pengujian T^2 Hotelling klasik

Hasil perhitungan T^2 Hotelling klasik pada gambar diatas menunjukkan bahwa terdapat 6 pencilan pada data saham.

T^2 Hotelling MVE

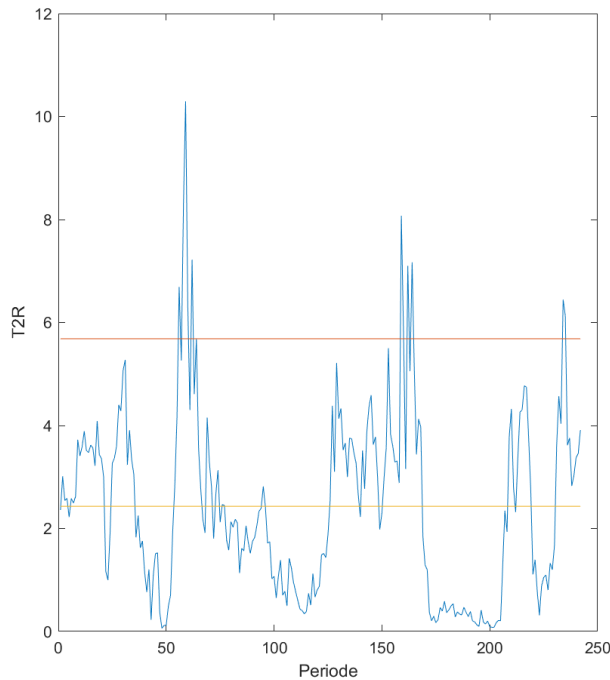
Dengan menggunakan *software* Matlab dilakukan ulangan $N = 100000$ dan $\alpha = 0,05$ dan didapatkan hasil sebagai berikut:

$$BKA_{MVE} = 5,5025$$

$$GP_{MVE} = 2,4307$$

$$BKB_{MVE} = 0$$

Untuk melakukan pengujian T^2 Hotelling penduga MVE dilakukan dengan algoritma Khachiyan menggunakan *software* Matlab dan didapatkan hasil sebagai berikut:



Gambar 3. pengujian T^2 Hotelling penduga MVE

Hasil perhitungan T^2 Hotelling MVE pada gambar diatas menunjukkan bahwa terdapat 13 pencilan pada data saham.

Perbandingan Hasil

Perbandingan hasil perhitungan diagram kontrol T^2 Hotelling klasik dan diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE adalah sebagai berikut:

Tabel 2. Perbandingan Hasil

Identifikasi	Data out of control	BKA
T^2	6	5,9418
T^2_{MVE}	13	5,5025

Dapat dilihat pada Tabel 2 bahwa data *out of control* lebih banyak ditemukan pada diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE. Hal ini menunjukkan bahwa diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE lebih efektif dalam mendeteksi pencilan.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian yaitu, proses pembentukan diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE pada saham BBKA (Y) dan saham IHSG (X) dilakukan dengan cara menerapkan algoritma Khachiyan dan dijalankan pada *software* Matlab dan didapatkan hasil bahwa terdapat sebanyak 13 data berada di luar batas kontrol dan merupakan pencilan. Selain itu, diagram kontrol T^2 Hotelling penduga MVE lebih efektif dalam mendeteksi pencilan. Hal ini dilihat dari banyaknya pencilan, yaitu sebanyak 13 data yang *out of control* dengan nilai BKA sebesar 5,5025. Data tersebut berada di luar batas kontrol dapat disebabkan karena terdampaknya sektor keuangan

akibat *Covid-19* pada tahun 2020 sehingga menyebabkan naik turunnya harga saham BBCA. Naik turunnya harga saham BBCA disebabkan karena *panic selling* yang dilakukan para pemegang saham. Ketika harga sedang tinggi, para pemegang saham terburu-buru menjual sahamnya. Seketika itu juga harga mulai menurun dan calon pemegang saham mulai membeli sahamnya.

Daftar Pustaka

- [1] D. N.R., S. H., and B. Sumantri, *Analisis regresi terapan*, 2nd ed. Jakarta: Gramedia Pustaka Utama, 1992.
- [2] S. Yáñez, “Hotelling’s T2 Control Charts Based on Robust Estimators,” vol. 77, pp. 239–247, 2010.
- [3] Andi Nur Fadhilah Utami and Suwanda, “Penggunaan Estimator Robust Reweighted Minimum Covariance Determinant pada Diagram Kontrol T2 Hotelling untuk Monitoring Penyebaran Covid-19 di Korea Selatan,” *J. Ris. Stat.*, vol. 1, no. 1, pp. 63–72, Oct. 2021, doi: 10.29313/jrs.v1i1.304.
- [4] N. J. A. Vargas, “Robust Estimation in Multivariate Control Charts for Individual Observations,” vol. 35, no. 4, pp. 367–376, 2003, doi: <https://doi.org/10.1080/00224065.2003.11980234>.
- [5] P. J. Rousseeuw and B. C. van Zomeren, “Unmasking Multivariate Outliers and Leverage Points,” vol. 85, no. 411, pp. 633–639, 1990.
- [6] J. P. and K. V. D. Rousseeuw, “A Fast Algorithm for the Minimum Covariance Determinant Estimator,” *Technometrics*, vol. 41, no. 3, pp. 212–223, 1999, doi: 10.1080/00401706.1999.10485670.
- [7] D. C. Montgomery, *Introduction To Statistical Quality Control 6th Edition*, vol. 10, no. 1. United States of America, 2009. doi: 10.2307/2988304.
- [8] M. A. Djauhari, “Improved Monitoring of Multivariate Process Variability,” vol. 37, no. 1, pp. 32–39, 2005, doi: <https://doi.org/10.1080/00224065.2005.11980298>.