

Diagram Kendali Adaptive Exponentially Weighted Moving Average Bayesian dalam Pengendalian Penyaluran Air Minum

Muhammad Farhan Praja Utama, Teti Sofia Yanti*

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 27/09/2024
Revised : 29/12/2024
Published : 31/12/2024



Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 4
No. : 2
Halaman : 83 - 92
Terbitan : **Desember 2024**

Terakreditasi Sinta [Peringkat 4](#)
berdasarkan Ristekdikti
No. 177/E/KPT/2024

ABSTRAK

Pengendalian proses merupakan salah satu metode statistik dalam menjaga kualitas produk. Salah satu metode pengendalian proses yang digunakan dalam pengendalian kualitas statistik adalah diagram kendali, yaitu diagram yang digunakan untuk menggambarkan kondisi suatu pengamatan dalam periode waktu tertentu, yang nilai pengamatannya dibatasi oleh batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) untuk mengendalikan pengamatan. Air minum merupakan salah satu kebutuhan utama yang dibutuhkan oleh masyarakat. Dalam upaya pemenuhan kebutuhan masyarakat akan ketersediaan air minum diperlukan langkah yang tepat dalam upaya pengendalian proses penyaluran air minum pada perusahaan air minum agar proses penyaluran menjadi lebih efektif. Penelitian ini dilakukan untuk melihat proses penyaluran air minum di PT.X sebagai langkah pengendalian proses penyalurannya tersebut. Peneliti menggunakan diagram kendali Adaptive Exponentially Weighted Moving Average (AEWMA) dengan memanfaatkan teorema bayesian sehingga diperoleh nilai threshold dari interval kepercayaan bayes yang berasal dari distribusi posterior. Adapun hasil yang diperoleh bahwa diagram kendali AEWMA cukup efektif dalam memberikan gambaran pergerakan proses dengan menunjukkan nilai-nilai yang berada dalam kendali dan nilai yang *out of control*.

Kata Kunci : Air Minum; Bayesian; Diagram Kendali AEWMA.

ABSTRACT

Process control is one of the statistical methods in maintaining product quality. One of the process control methods used in statistical quality control is a control diagram, which is a diagram used to describe the condition of an observation in a certain period of time, whose observation value is limited by the upper control limit (BKA) and lower control limit (BKB) to control the observation. Drinking water is one of the main needs needed by the community. In an effort to fulfill the community's need for drinking water availability, appropriate steps are needed in an effort to control the drinking water distribution process at drinking water companies so that the distribution process becomes more effective. This research was conducted to see the drinking water distribution process at PT.X as a step to control the distribution process. Researchers use the Adaptive Exponentially Weighted Moving Average (AEWMA) control chart by utilizing the Bayesian theorem so that the threshold value of the Bayes confidence interval derived from the posterior distribution is obtained. The results obtained that the AEWMA control chart is quite effective in providing an overview of the movement of the process by showing values that are in control and values that are out of control.

Keywords : Drinking Water; Bayesian; AEWMA Control Diagram.

Copyright© 2024 The Author(s)..

A. Pendahuluan

Dalam era perkembangan teknologi dan ekonomi global, pertumbuhan ekonomi menjadi perhatian khusus bagi para pelaku ekonomi dalam menentukan strategi pemasaran. Dalam upaya untuk menjaga dan meningkatkan daya saing, produsen menyadari pentingnya memberikan produk dan layanan yang berkualitas. Maka dari itu, produsen diharapkan untuk dapat melakukan pengendalian terhadap kualitas produk dan layanan yang diberikan sebagai upaya dalam peningkatan kualitas produk dan layanannya tersebut guna menarik minat konsumen.

Kapabilitas proses merupakan salah satu metode statistik dalam pengendalian kualitas. Kapabilitas proses dapat membantu dalam menganalisis kondisi pada suatu proses yang terus berubah terhadap spesifikasi produk yang digunakan, serta membantu dalam mengembangkan kondisi terhadap perubahan yang terjadi [1].

Pengendalian kualitas Statistik atau *Statistical Quality Control* juga dapat diartikan sebagai metode statistik yang dikembangkan untuk menjaga standar yang uniform dari kualitas hasil produksi, pada tingkat biaya yang minimum dan merupakan bantuan untuk mencapai efisiensi [2]. Salah satu metode yang digunakan dalam pengendalian kualitas statistik adalah diagram kendali, yaitu diagram yang digunakan untuk menggambarkan kondisi suatu pengamatan dalam periode waktu tertentu, yang nilai pengamatannya dibatasi oleh batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) untuk mengendalikan pengamatan.

Diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) diperkenalkan pertama kali oleh S.W Roberts pada tahun 1959. Diagram kendali ini digunakan untuk memonitor proses dan mendeteksi adanya sebab-sebab terusus/sebab khusus yang terlihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses [3]. Dengan memperhitungkan data historis secara berimbang, diagram kendali EWMA memberikan sensitivitas yang lebih tinggi sehingga membuat diagram kendali ini menjadi lebih efektif dalam mendeteksi adanya perubahan yang terjadi secara terus-menerus. Diagram kendali EWMA memberikan fleksibilitas dalam tingkat bobot berdasarkan tingkat kepekaan yang dihasilkan. Diagram kendali EWMA secara efektif dapat mendeteksi pergeseran rata-rata proses dengan ukuran pergeseran yang diketahui sebelumnya. Namun ketika ukuran pergeserannya tidak diketahui, diagram kendali EWMA memerlukan perluasan yang menghasilkan diagram kendali yang bersifat adaptif.

Diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA) yang merupakan bentuk perluasan dari diagram EWMA. Diagram kendali AEWMA bersifat lebih fleksibel dengan menggunakan nilai *threshold* dari interval kepercayaan bayesian. Peneliti memanfaatkan teorema bayes untuk memperoleh nilai interval kepercayaan Bayesian atau interval kredibel dari model distribusi posterior untuk menghasilkan nilai *threshold*. Dalam pelaksanaannya, nilai *threshold* dan nilai model distribusi posterior akan diperbarui seiring dengan penambahan pengamatan agar dapat menjelaskan ketidakpastian yang berkurang dari penambahan pengamatan baru. Diagram kendali AEWMA memiliki kelebihan untuk dapat memonitor pergeseran rata-rata proses yang kecil, sedang, dan besar dalam proses produksi dengan lebih efisien [4].

Air minum adalah air yang telah melalui proses pengolahan maupun tanpa proses pengolahan yang memenuhi syarat kesehatan sehingga dapat diminum. Air minum harus memenuhi kriteria kelayakan agar aman bagi kesehatan. Penyediaan air minum adalah kegiatan yang dilakukan untuk memenuhi kebutuhan masyarakat akan ketersediaan air minum agar mendapatkan kehidupan yang sehat, bersih, dan produktif [5]. Dalam upaya pemenuhan kebutuhan masyarakat akan ketersediaan air minum, perlu dilakukan pengendalian proses terhadap proses penyaluran air minum pada layanan penyedia air minum.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam artikel ini sebagai berikut: “Bagaimana proses penerapan diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA) menggunakan *threshold* dalam mengontrol jumlah penyaluran air minum di PT.X.”. Selanjutnya tujuan penelitian ini adalah sebagai berikut: “Mengidentifikasi proses dan kinerja diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA) menggunakan *threshold* dalam mengontrol jumlah penyaluran air minum di PT.X.

B. Metode Penelitian

Peneliti menggunakan metode Adaptive Exponentially Weighted Moving Average (AEWMA) Bayesian. Menggunakan data sekunder berupa data jumlah penyaluran air minum di PT.X kota Bandung dengan jumlah data sebanyak 72 data.

Diagram Kendali

Diagram kendali digunakan untuk memonitor kinerja suatu proses dan mendeteksi adanya variasi yang tidak normal. Kriteria proses dianggap berada diluar batas kendali ketika terdapat suatu titik yang berada di luar batas kendali atau membentuk suatu pola tertentu yang ditunjukkan oleh titik-titik tersebut. itu menandakan bahwa proses tersebut sedang mengalami ketidakstabilan atau adanya perubahan yang tidak diinginkan [6].

Diagram kendali dapat dikategorikan kedalam dua kategori yaitu diagram kendali variabel dan diagram kendali atribut. Apabila karakteristik kualitas dapat diukur dan dapat dinyatakan dengan bilangan maka diagram kendali ini disebut diagram kendali variabel. Sedangkan apabila karakteristik kualitas diukur dengan skala kuantitatif dan hanya dapat dinilai sebagai keadaan sesuai dan tidak sesuai maka diagram kendali ini disebut sebagai diagram kendali atribut [7]. Dengan menggunakan diagram kendali, proses produksi dapat dipantau dengan lebih efektif dan pengambilan keputusan mengenai peningkatan kualitas produk dapat dilakukan dengan akurat dan tepat waktu [8].

Suatu proses dapat dikatakan berada didalam batas kontrol ketika titik-titik sebaran data pada diagram kendali berada didalam batas kendali yang telah ditetapkan [9]. Hal tersebut menunjukkan bahwa variasi dalam proses berada dalam rentang yang diharapkan. Adapun titik-titik sebaran data yang berada diluar batas kontrol dapat dikatakan bahwa proses berada didalam kondisi yang tidak terkendali atau *out of control*.

Diagram Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* atau dapat disingkat EWMA diperkenalkan pertama kali oleh S.W Roberts pada tahun 1959 dan digunakan untuk memonitor proses dan mendeteksi adanya sebab-sebab terusus/sebab khusus yang terlihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses [3]. Diagram kendali EWMA menggunakan rata-rata bergerak yang diberi bobot secara eksponensial pada data observasi terbaru dengan memberikan bobot yang semakin menurun seiring berlalunya waktu sehingga bersifat lebih responsif terhadap perubahan data yang diteliti.

Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) didefinisikan sebagai berikut [10]:

$$Z_t = \lambda X_t + (1 - \lambda) Z_{t-1}, t = 1, 2, 3, \dots, m \quad (1)$$

Diagram kendali EWMA menurut konsep *Shewhart* akan dibangun dengan memplot Z_t terhadap garis tengah dan batas kendali sebagai berikut dimana σ adalah standar proses dan L adalah parameter kendali sebagai faktor yang mempengaruhi diagram kendali EWMA merespons perubahan dalam data pengamatan.

$$\text{Garis Pusat} = \mu_0 \quad (2)$$

$$BKA_t = \mu_0 + L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1 - (1 - \lambda)^{2t}]} \quad (3)$$

$$BKB_t = \mu_0 - L\sigma \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)[1 - (1 - \lambda)^{2t}]} \quad (4)$$

Teorema Bayes

Teorema bayes merupakan sebuah metode yang digunakan untuk menangani masalah ketidakpastian data dan melakukan analisis dalam pengambilan keputusan terbaik dari sejumlah alternatif dengan tujuan menghasilkan perolehan yang optimal. Teorema bayes menyediakan beberapa rumusan untuk menarik kesimpulan berdasarkan fakta (*evidance*) dan hipotesis [11]. Sehingga teorema bayes dapat digunakan untuk memperbarui dan menyesuaikan keyakinan tentang suatu peristiwa setelah mendapatkan informasi tambahan. Teorema Bayes dapat dikemukakan dalam rumus sebagai berikut:

$$P(\theta|X) = \frac{P(X|\theta) \cdot P(\theta)}{P(X)} \quad (5)$$

Distribusi Prior

Dalam inferensi bayes, data parameter θ dari distribusi sampel diperlakukan sebagai variabel, maka akan mempunyai nilai dalam sebuah domain dengan densitas $f(\theta)$, dan densitas inilah yang akan dinamakan sebagai distribusi prior dari θ , dengan adanya informasi prior ini maka akan dikombinasikan dengan data sampel yang digunakan dalam membentuk distribusi posterior [7]. Distribusi prior dibutuhkan dalam penggunaan teorema bayes sehingga baik distribusi prior informatif dan non informatif relevan dengan analisis Bayesian [4].

Ketika terdapat kekurangan informasi mengenai parameter populasi, distribusi prior dianggap sebagai distribusi prior non informatif [12]. Distribusi prior non informatif diasumsikan sebanding dengan distribusi *uniform*, yang memberikan probabilitas yang sama untuk semua nilai parameter yang mungkin dalam rentang tertentu [4]. Dapat diartikan pendekatan distribusi *uniform* dilakukan ketika parameter populasi tidak diketahui. Distribusi prior *uniform* diwakili dengan fungsi probabilitas sebagai berikut:

$$P(\theta) \propto \sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} = c \sqrt{\frac{n}{\sigma^2}} \tag{6}$$

Perhitungan distribusi prior membutuhkan pengetahuan terkait distribusi dan parameter dari data yang digunakan sehingga rumus yang dihasilkan baik distribusi prior informatif dengan pendekatan distribusi normal maupun distribusi prior non informatif dengan memanfaatkan distribusi *uniform*.

Fungsi Likelihood

Fungsi likelihood adalah fungsi densitas bersama dari n variabel random $X_1 X_2 X_3 \dots X_n$ dan dinyatakan dalam bentuk $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n ; \theta)$. Jika $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ ditetapkan, maka fungsi likelihood adalah fungsi parameter θ dan dinotasikan dengan $L(\theta)$ [7]. Fungsi likelihood digunakan untuk mengukur seberapa baik suatu model menjelaskan data yang diamati. Fungsi likelihood memiliki peranan penting dalam penggunaan teorema bayes terutama digunakan untuk menghitung distribusi posterior. Perhitungan fungsi likelihood dapat dilakukan ketika parameter populasi diperhatikan sehingga dapat menentukan rumus fungsi likelihood yang digunakan.

Ketika nilai parameter dari data tidak diketahui, maka perhitungan fungsi likelihood dilakukan dengan pendekatan distribusi *uniform* dengan rumus sebagai berikut:

$$L(a, b|x) = \left(\frac{1}{b-a}\right)^n, \text{ jika } a \leq x_i \leq b \tag{7}$$

Distribusi Posterior

Distribusi posterior adalah distribusi probabilitas yang memberikan informasi tentang parameter model setelah memperbarui keyakinan dengan menggunakan data. Distribusi posterior juga dapat dikatakan sebagai fungsi densitas bersyarat θ jika diketahui nilai observasi X . Teorema bayes digunakan dalam menghitung distribusi posterior, dalam perhitungannya distribusi ini melibatkan nilai fungsi likelihood dan nilai distribusi prior [13]. Ketika nilai fungsi likelihood dan distribusi prior telah didapat, perhitungan distribusi posterior dapat dilakukan. Berikut rumus yang dapat digunakan untuk menghitung distribusi posterior:

$$P(\theta|X) = \int P(X|\theta) \cdot P(\theta) d\theta \tag{8}$$

$P(\theta|X)$ menjelaskan mengenai Distribusi posterior dari parameter θ setelah mengamati data X . $P(X|\theta)$ menjelaskan mengenai Fungsi likelihood, probabilitas dari data X terjadi jika parameter θ diketahui. $P(\theta)$ menjelaskan mengenai Distribusi prior, probabilitas awal dari parameter θ sebelum melibatkan data.

Diagram Kendali Adaptive Exponentially Weighted Moving Average (AEWMA)

Diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA) merupakan perluasan dari diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA). Diagram kendali AEWMA digunakan untuk mendeteksi perubahan-perubahan yang kecil namun bersifat signifikan dalam pengendalian proses. Diagram AEWMA ini bersifat lebih adaptif dari diagram kendali EWMA sehingga memungkinkan pengamat untuk menangkap perubahan yang berlangsung secara bertahap dalam waktu. Diagram kendali AEWMA memiliki kelebihan untuk dapat memonitor pergeseran rata-rata proses yang kecil, sedang, dan besar dalam proses produksi dengan lebih efisien (Khan, 2023).

Diagram kendali AEWMA memiliki rumus yang diadaptasi dari diagram kendali EWMA pada persamaan (2.1) dengan mengganti bobotnya menjadi lebih adaptif untuk setiap data pengamatan [14]. Bobot

AEWMA diperoleh dengan menghitung estimator tak bias untuk $\widehat{\delta}_t^{**}$. Estimator tak bias secara ekspektasi memiliki nilai yang sama dengan nilai sebenarnya dari parameter yang diestimasi, didapat dengan rumus:

$$\widehat{\delta}_t^{**} = \frac{Z_t}{1 - (1 - \lambda)^t} \tag{10}$$

$\widehat{\delta}_t^{**}$ sebagai Estimator tak bias dan Z_t sebagai nilai dugaan variabel acak untuk EWMA. Sehingga dapat diketahui bahwa $E(\widehat{\delta}_t^{**}) = \delta$. Karena nilai δ tidak diketahui dalam praktik biasa maka diasumsikan dengan $\widehat{\delta}_t = |\widehat{\delta}_t^{**}|$ untuk mengestimasi δ . Statistik tersebut dapat digunakan untuk mendeteksi pergeseran rata-rata proses yang positif dan negatif (haq, 2018). Sehingga nilai $v(\widehat{\delta}_t) \in (0, 1]$ didefinisikan sebagai:

$$v(\widehat{\delta}_t) = \begin{cases} 0.015, & \text{if } 0.00 < \widehat{\delta}_t \leq 0.25 \\ 0.10, & \text{if } 0.25 < \widehat{\delta}_t \leq 0.75 \\ 0.20, & \text{if } 0.75 < \widehat{\delta}_t \leq 1.00 \\ 0.25, & \text{if } 1.00 < \widehat{\delta}_t \leq 1.50 \\ 0.50, & \text{if } 1.50 < \widehat{\delta}_t \leq 2.50 \\ 0.80, & \text{if } 2.50 < \widehat{\delta}_t \leq 3.50 \\ 1, & \text{if } \widehat{\delta}_t > 3.50. \end{cases} \tag{11}$$

Adapun rumus diagram kendali AEWMA adalah sebagai berikut:

$$Z_t^* = v(\widehat{\delta}_t) \cdot X_t + (1 - v(\widehat{\delta}_t)) \times Z_{t-1}^* \tag{12}$$

Dengan Z_t^* sebagai nilai dugaan variabel acak untuk AEWMA pada periode i . $v(\widehat{\delta}_t)$ sebagai faktor pembobot AEWMA. X_t sebagai pengamatan aktual pada periode i . Z_{t-1}^* sebagai nilai dugaan variabel acak untuk periode sebelumnya.

Diagram kendali AEWMA memanfaatkan pendekatan bayesian untuk memonitor proses berdasarkan teorema bayes. Pendekatan bayesian ini akan memberikan batas kontrol bagi diagram kendali AEWMA menggunakan ambang batas (*threshold*) yang didapat dari interval kepercayaan bayesian dengan perhitungan fungsi likelihood, distribusi prior, dan distribusi posterior sehingga menghasilkan nilai batas kendali atas (BKA) dan nilai batas kendali bawah (BKB) yang bersifat menyesuaikan terhadap perubahan dalam variabilitas proses.

Interval Kepercayaan Bayesian (Kredibel)

Interval kepercayaan (*confidence interval*) adalah suatu rentang nilai yang digunakan untuk memberikan perkiraan sejauh mana kita yakin bahwa suatu parameter statistik dari suatu populasi tertentu berada di dalamnya. Dalam konteks bayesian, interval kepercayaan bayesian disebut sebagai interval kredibel. Interval kredibel merupakan interval didalam domain dari distribusi probabilitas posterior yang digunakan untuk penaksiran interval [15]. Interval kredibel memberikan perkiraan dari ketidakpastian parameter dan memberikan rentang nilai yang mungkin untuk parameter tersebut. Interval kepercayaan bayesian dibuat dari distribusi posterior yang diperoleh. Salah satu metode yang digunakan untuk mengestimasi interval kredibel adalah interval kredibel dua ekor. Interval kredibel dua ekor disusun dengan menentukan persentil $\alpha/2$ dan $1 - \alpha/2$ dengan tingkat signifikansi α [15]. Adapun rumus interval kredibel dua ekor adalah sebagai berikut (Chen, M., Shao, Q., 1999):

$$(\theta_{lower}, \theta_{upper} | X) \tag{13}$$

Dengan θ_{lower} didapat dari perhitungan persentil $\alpha/2$ dan θ_{upper} didapat dari perhitungan persentil $1 - \alpha/2$.

Ambang Batas (Threshold)

Ambang batas (*threshold*) merupakan nilai ambang tertentu sebagai batas kontrol dalam suatu pengendalian proses. *Threshold* digunakan untuk memutuskan apakah suatu proses berada dalam rentang kendali atau termasuk kedalam *out of control*. Penggunaan *threshold* dalam diagram kendali AEWMA memanfaatkan pendekatan bayesian dengan interval kepercayaan bayesian. Tingkat prediktor *threshold* menggunakan distribusi posterior dan prior [16]. Adapun nilai *threshold* yang diperoleh dari interval kepercayaan bayesian akan memberikan gambaran untuk batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) dengan rumus

sebagai berikut:

$$BKA = P_{posterior} (1 - \alpha/2) \tag{14}$$

$$BKB = P_{posterior} (\alpha/2) \tag{15}$$

C. Hasil dan Pembahasan

Pada artikel ini, analisis pengendalian proses jumlah penyaluran air minum di kota Bandung menggunakan diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA). Selain itu, diagram kendali *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) dibuat sebagai perbandingan bagi diagram kendali AEWMA.

Diagram Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Diagram kendali EWMA dibuat sebagai perbandingan dari diagram kendali AEWMA. Digunakan nilai garis pusat, batas kendali atas, dan batas kendali bawah dengan nilai $\lambda = 0.4$ dan $L = 3,054$. Penggunaan $\lambda = 0.4$ bertujuan untuk memperoleh karakteristik proses yakni diagram kendali EWMA memberikan tingkat sensitifitas yang cukup tinggi namun tetap tahan terhadap peringatan sinyal palsu (Montgomery, 2013). Berdasarkan perhitungan didapat nilai dugaan variabel acak EWMA, $\mu_0 = 3.361.309,533$. Adapun untuk nilai BKA dan BKB sebagai berikut:

Tabel 1. Nilai Batas Kendali Atas (BKA) Diagram Kendali EWMA

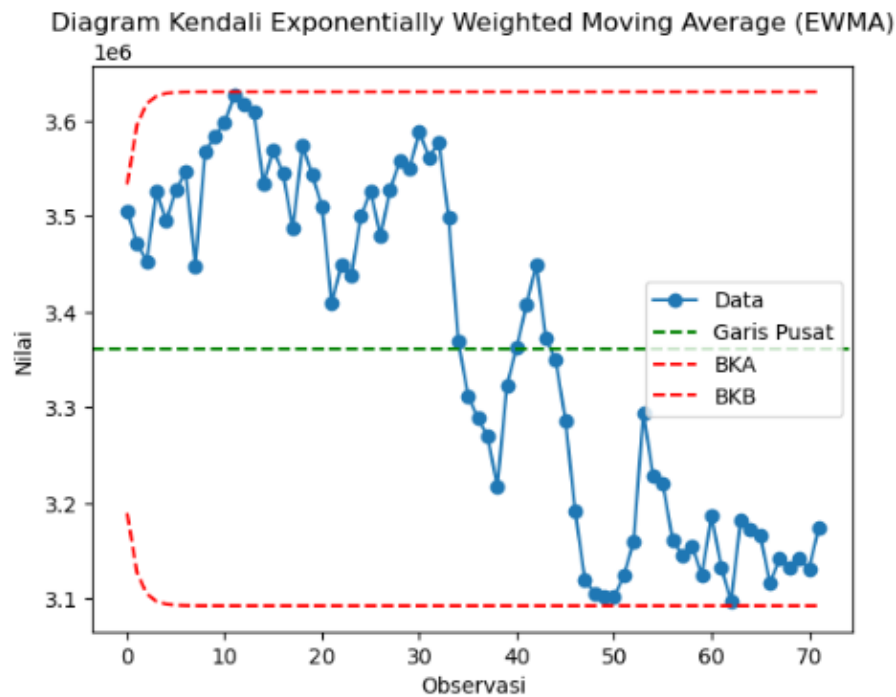
| No | BKA | No | BKA | No | BKA |
|----|--------------|----|--------------|----|--------------|
| 1 | 3.533.325,47 | 25 | 3.630.084,43 | 49 | 3.630.084,43 |
| 2 | 3.595.251,20 | 26 | 3.630.084,43 | 50 | 3.630.084,43 |
| 3 | 3.617.544,47 | 27 | 3.630.084,43 | 51 | 3.630.084,43 |
| 4 | 3.625.570,04 | 28 | 3.630.084,43 | 52 | 3.630.084,43 |
| 5 | 3.628.459,25 | 29 | 3.630.084,43 | 53 | 3.630.084,43 |
| 6 | 3.629.499,37 | 30 | 3.630.084,43 | 54 | 3.630.084,43 |
| 7 | 3.629.873,81 | 31 | 3.630.084,43 | 55 | 3.630.084,43 |
| 8 | 3.630.008,61 | 32 | 3.630.084,43 | 56 | 3.630.084,43 |
| 9 | 3.630.057,13 | 33 | 3.630.084,43 | 57 | 3.630.084,43 |
| 10 | 3.630.074,60 | 34 | 3.630.084,43 | 58 | 3.630.084,43 |
| 11 | 3.630.080,89 | 35 | 3.630.084,43 | 59 | 3.630.084,43 |
| 12 | 3.630.083,16 | 36 | 3.630.084,43 | 60 | 3.630.084,43 |
| 13 | 3.630.083,97 | 37 | 3.630.084,43 | 61 | 3.630.084,43 |
| 14 | 3.630.084,27 | 38 | 3.630.084,43 | 62 | 3.630.084,43 |
| 15 | 3.630.084,37 | 39 | 3.630.084,43 | 63 | 3.630.084,43 |
| 16 | 3.630.084,41 | 40 | 3.630.084,43 | 64 | 3.630.084,43 |
| 17 | 3.630.084,42 | 41 | 3.630.084,43 | 65 | 3.630.084,43 |
| 18 | 3.630.084,43 | 42 | 3.630.084,43 | 66 | 3.630.084,43 |
| 19 | 3.630.084,43 | 43 | 3.630.084,43 | 67 | 3.630.084,43 |
| 20 | 3.630.084,43 | 44 | 3.630.084,43 | 68 | 3.630.084,43 |
| 21 | 3.630.084,43 | 45 | 3.630.084,43 | 69 | 3.630.084,43 |
| 22 | 3.630.084,43 | 46 | 3.630.084,43 | 70 | 3.630.084,43 |
| 23 | 3.630.084,43 | 47 | 3.630.084,43 | 71 | 3.630.084,43 |
| 24 | 3.630.084,43 | 48 | 3.630.084,43 | 72 | 3.630.084,43 |

Tabel 2. Batas Kendali Bawah (BKB) Diagram Kendali EWMA

| No | BKB | No | BKB | No | BKB |
|----|--------------|----|--------------|----|--------------|
| 1 | 3.189.293,60 | 25 | 3.092.534,64 | 49 | 3.092.534,64 |
| 2 | 3.127.367,86 | 26 | 3.092.534,64 | 50 | 3.092.534,64 |
| 3 | 3.105.074,60 | 27 | 3.092.534,64 | 51 | 3.092.534,64 |
| 4 | 3.097.049,02 | 28 | 3.092.534,64 | 52 | 3.092.534,64 |

| No | BKB | No | BKB | No | BKB |
|----|--------------|----|--------------|----|--------------|
| 5 | 3.094.159,82 | 29 | 3.092.534,64 | 53 | 3.092.534,64 |
| 6 | 3.093.119,70 | 30 | 3.092.534,64 | 54 | 3.092.534,64 |
| 7 | 3.092.745,26 | 31 | 3.092.534,64 | 55 | 3.092.534,64 |
| 8 | 3.092.610,46 | 32 | 3.092.534,64 | 56 | 3.092.534,64 |
| 9 | 3.092.561,93 | 33 | 3.092.534,64 | 57 | 3.092.534,64 |
| 10 | 3.092.544,46 | 34 | 3.092.534,64 | 58 | 3.092.534,64 |
| 11 | 3.092.538,17 | 35 | 3.092.534,64 | 59 | 3.092.534,64 |
| 12 | 3.092.535,91 | 36 | 3.092.534,64 | 60 | 3.092.534,64 |
| 13 | 3.092.535,10 | 37 | 3.092.534,64 | 61 | 3.092.534,64 |
| 14 | 3.092.534,80 | 38 | 3.092.534,64 | 62 | 3.092.534,64 |
| 15 | 3.092.534,70 | 39 | 3.092.534,64 | 63 | 3.092.534,64 |
| 16 | 3.092.534,66 | 40 | 3.092.534,64 | 64 | 3.092.534,64 |
| 17 | 3.092.534,65 | 41 | 3.092.534,64 | 65 | 3.092.534,64 |
| 18 | 3.092.534,64 | 42 | 3.092.534,64 | 66 | 3.092.534,64 |
| 19 | 3.092.534,64 | 43 | 3.092.534,64 | 67 | 3.092.534,64 |
| 20 | 3.092.534,64 | 44 | 3.092.534,64 | 68 | 3.092.534,64 |
| 21 | 3.092.534,64 | 45 | 3.092.534,64 | 69 | 3.092.534,64 |
| 22 | 3.092.534,64 | 46 | 3.092.534,64 | 70 | 3.092.534,64 |
| 23 | 3.092.534,64 | 47 | 3.092.534,64 | 71 | 3.092.534,64 |
| 24 | 3.092.534,64 | 48 | 3.092.534,64 | 72 | 3.092.534,64 |

Diperoleh diagram kendali EWMA sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Kendali EWMA

Berdasarkan diagram EWMA yang dihasilkan, dapat dilihat bahwa dengan nilai $\lambda = 0.4$ dan $L = 3,054$ tidak terdapat data yang berada diluar batas kendali. Akan dilihat perbedaan pola data pengamatan antara diagram kendali EWMA dan diagram kendali AEWMA berdasarkan bobot yang digunakan.

Nilai Dugaan Variabel Acak untuk AEWMA

Nilai dugaan variabel acak AEWMA dihitung dengan menggunakan bobot yang telah dihitung dan ditentukan berdasarkan kriteria. Adapun nilai dugaan variabel acak untuk AEWMA didapat sebagai berikut:

Tabel 3. Nilai Dugaan Variabel Acak AEWMA

| No | Nilai Dugaan | No | Nilai Dugaan | No | Nilai Dugaan |
|----|--------------|----|--------------|----|--------------|
| 1 | 3.505.772 | 25 | 3.592.446 | 49 | 3.085.542 |
| 2 | 3.421.234 | 26 | 3.566.356 | 50 | 3.094.994 |
| 3 | 3.424.842 | 27 | 3.407.554 | 51 | 3.101.622 |
| 4 | 3.634.467 | 28 | 3.601.900 | 52 | 3.158.299 |
| 5 | 3.449.482 | 29 | 3.602.775 | 53 | 3.212.414 |
| 6 | 3.574.650 | 30 | 3.539.958 | 54 | 3.497.361 |
| 7 | 3.574.925 | 31 | 3.643.277 | 55 | 3.127.683 |
| 8 | 3.300.192 | 32 | 3.521.950 | 56 | 3.208.176 |
| 9 | 3.746.081 | 33 | 3.602.497 | 57 | 3.073.788 |
| 10 | 3.608.877 | 34 | 3.379.912 | 58 | 3.121.472 |
| 11 | 3.618.291 | 35 | 3.174.269 | 59 | 3.169.637 |
| 12 | 3.669.634 | 36 | 3.227.068 | 60 | 3.078.773 |
| 13 | 3.601.488 | 37 | 3.254.239 | 61 | 3.279.901 |
| 14 | 3.597.099 | 38 | 3.241.344 | 62 | 3.052.523 |
| 15 | 3.422.080 | 39 | 3.137.635 | 63 | 3.043.100 |
| 16 | 3.623.347 | 40 | 3.483.396 | 64 | 3.311.108 |
| 17 | 3.507.195 | 41 | 3.422.656 | 65 | 3.155.371 |
| 18 | 3.400.886 | 42 | 3.473.498 | 66 | 3.157.275 |
| 19 | 3.703.937 | 43 | 3.513.656 | 67 | 3.042.290 |
| 20 | 3.496.467 | 44 | 3.255.468 | 68 | 3.178.670 |
| 21 | 3.460.918 | 45 | 3.314.927 | 69 | 3.120.388 |
| 22 | 3.257.054 | 46 | 3.192.317 | 70 | 3.154.544 |
| 23 | 3.509.750 | 47 | 3.048.149 | 71 | 3.115.158 |
| 24 | 3.420.442 | 48 | 3.012.284 | 72 | 3.237.051 |

Didapat rata-rata nilai dugaan AEWMA sebesar 3.354.385,85.

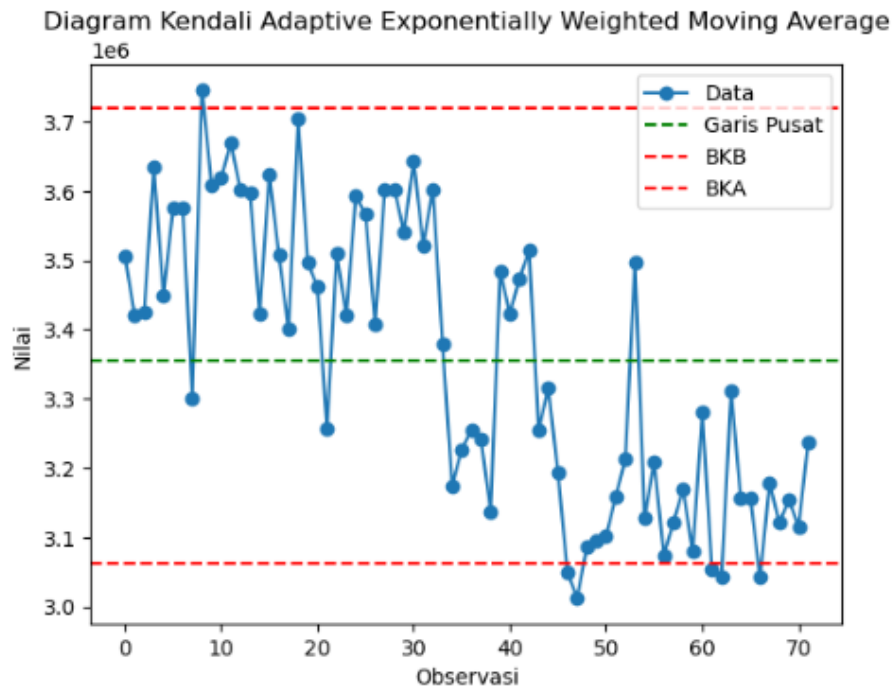
Threshold

Nilai *threshold* didapat ketika telah melakukan perhitungan nilai distribusi prior, fungsi likelihood, dan distribusi posterior. Dilakukan perhitungan nilai interval kepercayaan bayesian dengan taraf signifikansi (α) sebesar 5% sehingga nilai yang akan diperoleh menggunakan rentang $\alpha/2 = 2,5\%$ dan $1 - \alpha/2 = 97,5\%$. Nilai interval kepercayaan bayesian akan digunakan sebagai nilai *threshold*, adapun nilainya sebagai berikut:

Interval Kepercayaan Bayesian (2.5% - 97.5%): [3.062.917,08 – 3.727.621,09]. Sehingga diperoleh batas kendali atas (BKA) dan batas kendali bawah (BKB) sebagai berikut: BKA = 3.727.621,09. BKB = 3.062.917,08.

Diagram Kendali Adaptive Exponentially Weighted Moving Average (AEWMA)

Diagram kendali ini sebagai sebagai langkah utama yang ingin dicapai dalam penelitian untuk menggambarkan proses jumlah penyaluran air minum PT.X di kota Bandung. Adapun diagram kendali AEWMA adalah sebagai berikut:



Gambar 2. Diagram Kendali AEWMA

Berdasarkan gambar 2 terlihat bahwa data jumlah penyaluran air minum PT.X di kota Bandung memiliki 6 titik *out of control*. Terlihat bahwa ada data pengamatan yang berada diluar batas kontrol sehingga proses belum terkendali. Garis berwarna biru menjelaskan pola pergerakan data jumlah penyaluran air minum PT.X di kota Bandung dengan pola data yang bervariasi. Dengan adanya pergerakan data yang *out of control*, perusahaan perlu memperhatikan proses yang berjalan, agar dapat memantau apabila terdapat kesalahan pada proses. Perusahaan juga perlu memperhatikan pergerakan data yang naik dan turun secara signifikan sebagai langkah pemantauan terhadap keseluruhan proses.

D. Kesimpulan

Berdasarkan analisis dan pembahasan yang telah dilakukan maka dapat diketahui bahwa diagram kendali *Adaptive Exponentially Weighted Moving Average* (AEWMA) yang digunakan dalam penelitian sudah tepat karena mampu memberikan gambaran terkait pengendalian proses jumlah penyaluran air minum PT.X di kota Bandung dengan mendeteksi pergerakan data sesuai dengan batas kendali yang ditetapkan. Dengan hasil bahwa terdapat 6 pergerakan data pada data jumlah penyaluran air minum PT.X di kota Bandung yang berada diluar rentang kendali atau *out of control*.

Daftar Pustaka

- [1] U. Ramdhana, *Analisis Kapabilitas Proses Produksi Baut Jenis Tapping Screw JF (TSJF) Pada Proses Drat Di PT. AJBS Surabaya*. Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2018.
- [2] S. Assauri, *Manajemen Produksi dan Operasi*. Jakarta, 2004.
- [3] Nelwati, H. Yozza, and Maiyastri, “Peta Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA) Untuk Jumlah Wisatawan Yang Berkunjung Ke Sumatera Barat,” *Jurnal Matematika UNAND*, vol. 4, no. 4, pp. 83–90, 2019.
- [4] I. Khan, M. Noor-ul-Amin, D. M. Khan, S. A. AlQahtani, and W. Sumelka, “Adaptive EWMA control chart using Bayesian approach under ranked set sampling schemes with application to Hard Bake process,” *Sci Rep*, vol. 13, no. 1, Dec. 2023, doi: 10.1038/s41598-023-36469-7.
- [5] T. Joko, *Unit Produksi dalam Sistem Penyediaan Air Minum*. Yogyakarta: Graha Ilmu, 2010.

- [6] R. Permana, Suwanda, and S. Sunendiari, “Penerapan Diagram Kendali Sintetik untuk mendeteksi Pergeseran (Kasus pada PT. World Yamater Spinning Milis II),” *Prosiding Statistika*, pp. 18–25, 2017.
- [7] R. Hidayat, *Analisis Peta Kendali p Menggunakan Pendekatan Bayesian*. 2016.
- [8] Riani Shifa Rahmadani and Suliadi, “Faktor Koreksi Diagram Kendali Shewhart pada Situasi Unconditional ARL dan Penerapannya terhadap Data Brix (Kekentalan) Saus,” *Jurnal Riset Statistika*, vol. 1, no. 1, pp. 28–34, Jul. 2021, doi: 10.29313/jrs.v1i1.23.
- [9] E. N. R. Firmansyah and Suwanda, “Diagram Kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance pada Produksi Kertas Koran,” *Jurnal Riset Statistika*, pp. 1–10, Jul. 2024, doi: 10.29313/jrs.v4i1.3834.
- [10] D. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*. John Wiley & Sons, inc, 2013.
- [11] A. Kurniawan, “Pemilihan Produk Asuransi Berdasarkan Profil Nasabah Menggunakan Klasifikasi Naïve Bayes,” 2019.
- [12] A. K. Mutaqin, “Distribusi Invers Gaussian Sebagai Salah Satu Distribusi Kegagalan,” *Statistika*, vol. 1, no. 1, 2001.
- [13] A. K. Mutaqin, “Penurunan Fungsi Distribusi Kumulatif dari Distribusi Invers Gaussian,” *Statistika*, vol. 4, no. 1, 2004.
- [14] Zakiyatis Salmainsi and Suliadi, “SPC (Statistical Process Control) Fase II Diagram Kendali Cusum (Cumulative Sum) Nonparametrik Berdasarkan Statistik Mann-Whitney Pada Data Harga Saham PT NO,” *Jurnal Riset Statistika*, vol. 1, no. 2, pp. 83–91, Dec. 2021, doi: 10.29313/jrs.v1i2.404.
- [15] V. Mutiarani, “Estimasi Parameter dan Interval Kredibel dalam Model Regresi Linier Bayesian,” 2013.
- [16] A. Gelman, J. Carlin, H. Stern, D. Dunson, A. Vehtari, and D. Rubin, *Bayesian Data Analysis Third Edition*, 3rd ed. 2014.