

Diagram Kendali Multivariate *Exponentially Weighted Moving Variance* pada Produksi Kertas Koran

Ervana Nurmelia Ramdhani Firmansyah, Suwanda*

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 9/5/2024
Revised : 31/7/2024
Published : 31/7/2024



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 4
No. : 1
Halaman : 1 - 10
Terbitan : **Juli 2024**

ABSTRAK

Pada proses multivariat terdapat dua parameter yang harus dikendalikan, yaitu vektor rata-rata dan variabilitas multivariat. Selama ini, diagram kendali Generalize Variance yang memerlukan ukuran subgroup (n) lebih besar daripada banyaknya karakteristik kualitas (p), digunakan untuk pengendalian variabilitas proses multivariat. Penelitian ini membahas diagram kendali variabilitas proses multivariat untuk ukuran subgroup tunggal. Diagram kendali yang digunakan adalah diagram kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV). Diagram kendali MEWMV ini diimplementasikan untuk mengendalikan proses produksi koran PRIMA 48.8 yang diproduksi oleh PT. Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Group). Hasil penelitian didapatkan bahwa untuk mendapatkan proses terkendali dengan menggunakan kombinasi nilai pembobot masing-masing $\omega = 0.1; 0.5; 0.9$ dan $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$, 6 titik pengamatan diabaikan dan digunakan sisa data sebanyak 30 pengamatan. Diagram kendali MEWMV simulasi dilakukan menggunakan data dari proses baru yang dibangkitkan dengan pergeseran rata-rata sebesar 1.25σ dan 125% varians. Hasil menunjukkan bahwa nilai pembobot $\omega = 0.1; \lambda = 0.1$ diagram MEWMV simulasi lebih sensitif terhadap pergeseran varians dalam mengendalikan proses produksi kertas koran PRIMA 48.8.

Kata Kunci : Pengendalian Kualitas Statistika Multivariat; Diagram Kendali MEWMV; Variabilitas Proses.

ABSTRACT

In the multivariate process there are two parameters that must be controlled, namely the average vector and multivariate variability. During this time, the Generalize Variance control diagram, which requires a subgroup size (n) greater than the number of quality characteristics (p), is used to control the variability of multivariate processes. This study discusses the control diagram of multivariate process variability for a single subgroup size. The control diagram used is the Multivariate Exponentially Weighted Moving Variance (MEWMV) control chart. This MEWMV control diagram is implemented to control the production process of PRIMA 48.8 newspaper produced by PT. Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Group). The results of the study found that to obtain a controlled process using a combination of weighting values each $\omega = 0.1; 0.5; 0.9$ and $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$, 6 observation points were ignored and the remaining data were used as many as 30 observations. The simulated MEWMV control diagram was performed using data from the newly generated process with an average shift of 1.25σ and 125% variance. The result shows that the weighting value $\omega = 0.1; \lambda = 0.1$ simulated MEWMV diagram is more sensitive to shift variance in controlling the PRIMA 48.8 newspaper production process.

Keywords : Multivariate Statistical Process Control; MEWMV Control Chart; Variability Process.

Copyright© 2024 The Author(s)..

A. Pendahuluan

Pengendalian kualitas statistika atau statistical process control (SPC) merupakan alat untuk mendiagnosis masalah dalam proses manufaktur sehingga mendapatkan proses produksi yang stabil. SPC bertujuan untuk memantau keadaan suatu proses, mendeteksi timbulnya masalah dan penyebabnya sedini mungkin, guna mengurangi variabilitas proses sehingga dapat meminimalisir banyaknya cacat produksi. Diagram kendali sebagai alat representatif di SPC banyak digunakan di berbagai bidang karena bentuknya yang sederhana dan representasi grafis dari karakteristik variabel [1][2].

Di berbagai proses industri, pengendalian kualitas statistika multivariat seringkali digunakan karena banyak memerlukan pengendalian lebih dari dua karakteristik kualitas secara simultan. Diagram kendali multivariat dapat bekerja dengan baik ketika jumlah variabel proses tidak terlalu besar [3] [4]. Namun, seiring bertambahnya jumlah variabel, efisiensi dalam mendeteksi pergeseran diagram kendali multivariat sederhana berkurang [2].

Diagram kendali Generalized Variance (GV) selama ini biasa digunakan untuk mengendalikan variabilitas proses multivariat secara simultan. Diagram kendali GV berfokus pada estimasi matriks kovarians, sehingga ukuran subgroup (n) perlu lebih besar daripada jumlah karakteristik kualitasnya (p). Diagram kendali ini termasuk pada kelas diagram kendali Shewhart, yang peka terhadap pergeseran besar dari nilai parameter proses. Terdapat beberapa diagram kendali yang dirancang pengembangan berdasarkan diagram kendali EWMA untuk ukuran sampel tunggal. Diantaranya diagram kendali Maximum Multivariate Exponentially Weighted Moving variability (MaxMEWMV) untuk memantau variabilitas suatu proses [5]. Diagram ini memiliki performa yang baik ketika konstanta smoothing yang lebih kecil dan variabel dengan korelasi positif yang kuat. Kemudian diagram diagram Multivariate Exponentially Weighted Moving Covariance (MEWMC) [6] juga digunakan untuk memantau matriks kovarians dengan menerapkan Teknik penyesuaian regresi dan statistik rasio kemungkinan pada pengamatan tunggal [7].

Huwang, Yeh & Wu [8] kemudian mengembangkan diagram kendali Multivariate Exponentially Weighted Mean Squared deviation (MEWMS) dan Multivariate Exponentially Weighted Moving Variances (MEWMV) untuk mengendalikan variabilitas proses pada multivariat dengan ukuran subgroup tunggal. Namun, diantara semua diagram yang telah ada tersebut hanya mampu memantau proses multivariat hingga maksimal tiga variabel. Untuk mengontrol proses dengan variabel yang lebih besar dari tiga, Gunaratne, et al. [9] menentukan batas-batas kendali pada diagram kendali Multivariate Exponentially Weighted Moving Variances (MEWMV) dengan simulasi Monte Carlo untuk data berdimensi tinggi hingga 15 variabel. Diagram kendali ini mengatasi keterbatasan penerapan diagram kendali multivariat dalam kasus kehidupan nyata seperti pada proses geokimia dalam penambangan batu bara, di mana setiap pengamatannya terdiri dari 14 karakteristik yang berkorelasi. Diagram kendali ini efisien serta efektif untuk memantau matriks kovarians dalam proses dengan variabel karakteristik kualitas berjumlah besar.

Dalam skripsi ini akan dibahas implementasi diagram kendali MEWMV yang diterapkan untuk mengendalikan variabilitas pada proses produksi kertas koran yang diproduksi oleh PT Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Grup). PT Adiprima Suraprinta yang merupakan anak perusahaan dari Jawa Pos Grup, bergerak di bidang produksi kertas. Perusahaan ini memproduksi kertas dengan bahan baku kertas daur ulang, di mana bahan baku kertas daur ulang tersebut diproduksi menjadi berbagai macam produk kertas, termasuk salah satunya ialah Newsprint [10]. Dalil mengenai pengendalian proses termuat pada Q.S Asy-Syu'ara, (26) ayat 181-182 dengan arti "Sempurnakanlah takaran dan janganlah kamu termasuk orang-orang yang merugikan. Dan timbanglah dengan timbangan yang lurus", di mana takaran disini dapat dimaknai sebagai kualitas suatu produk. Begitupun timbangan yang lurus, yang dimaknai berupa kesesuaian kualitas produk. Maka ketika proses produksi, keadaan kualitas suatu produk harus dicek guna meminimalisir produk yang cacat dan memberikan produk dengan kualitas terbaik.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka penulis akan melakukan penelitian untuk melihat bagaimana penerapan dari diagram kendali MEWMV dalam mengendalikan variabilitas proses pada produksi kertas koran dan data simulasi yang diproduksi oleh PT. Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Grup). Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini akan diuraikan dalam pokok-pokok sebagai berikut: Mengetahui hasil implementasi dari diagram kendali MEWMV pada produksi kertas koran PRIMA 48.8, Mengetahui hasil implementasi

diagram kendali MEWMV simulasi dengan data proses baru yang dibangkitkan dengan pergeseran rata-rata dan varians pada variabel.

B. Metode Penelitian

Pada penelitian ini akan digunakan diagram kendali MEWMV untuk mengendalikan variabilitas proses pada produksi kertas koran dengan jumlah data sebanyak 30 buah pengamatan dan 5 buah variabel. Data tersebut merupakan proses produksi kertas koran PRIMA 48.8 yang diproduksi oleh PT Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Grup) pada 1 September – 25 November 2015 [11]. Data yang diperoleh dipandang sebagai data pengendalian pada fase I. Adapun tahapan analisis yang dilakukan ialah sebagai berikut:

Pertama, menentukan matriks korelasi antar variabel menggunakan korelasi pearson, di mana matriks korelasi dengan unsur non-diagonal ialah sebagai berikut:

$$r_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^t (X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)}{\sqrt{\sum_{i=1}^t (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \sum_{i=1}^t (X_{ik} - \bar{X}_k)^2}}; j \neq k = 1, 2, \dots, p \tag{1}$$

Kedua, menguji asumsi normal multivariat menggunakan uji Mardia [12].

Ketiga, menaksir vektor rata-rata dengan persamaan:

$$\bar{\mathbf{X}} = \frac{1}{t} \sum_{i=1}^t \mathbf{X}_i \tag{2}$$

dan matriks kovarians menggunakan persamaan:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{t-1} \sum_{i=1}^t (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}})^T \tag{3}$$

untuk unsur baris ke- j , kolom ke- k dari matriks varians kovarian sampel berukuran $p \times p$ menggunakan persamaan:

$$S_{jk} = \sum_{i=1}^t \frac{(X_{ij} - \bar{X}_j)(X_{ik} - \bar{X}_k)}{t-1}; j = k = 1, 2, \dots, p \tag{4}$$

Keempat, membuat diagram kendali MEWMV fase I dengan nilai $\omega = 0.1; 0.5; 0.9$ dan $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$ melalui langkah berikut:

Tranformasi data ke normal baku dengan persamaan:

$$\mathbf{Z} = \sum_0^{-1/2} (\mathbf{X} - \mu_0) \tag{5}$$

Membuat matriks \mathbf{C} dengan nilai pembobot ω yang telah ditentukan, di mana matriks \mathbf{C} merupakan matriks diagonal berukuran $t \times t$ dengan ω sebagai elemennya.

Membuat matriks \mathbf{M} dengan nilai λ yang telah ditentukan, di mana matriks \mathbf{M} ialah matriks segitiga bawah berukuran $t \times t$.

Membuat matriks \mathbf{I}_t berukuran $t \times t$.

Menghitung matriks \mathbf{Q} menggunakan Persamaan:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{I}_t - \mathbf{M})^T \mathbf{C} (\mathbf{I}_t - \mathbf{M}) = \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} & \cdots & q_{1t} \\ q_{21} & q_{22} & \cdots & q_{2t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ q_{t1} & q_{t2} & \cdots & q_{tt} \end{bmatrix} \tag{6}$$

Menentukan matriks \mathbf{V}_t dengan Persamaan:

$$\mathbf{V}_t = \mathbf{Z}^T \mathbf{Q} \mathbf{Z} \tag{7}$$

Menghitung $tr(\mathbf{V}_t)$, di mana:

$$tr(\mathbf{V}_t) = tr(\mathbf{Z}^T \mathbf{QZ}) = tr(\mathbf{QZZ}^T) \tag{8}$$

Menghitung $E[tr(\mathbf{V}_t)]$ dengan pada Persamaan:

$$E[tr(\mathbf{V}_t)] = p \times tr(\mathbf{Q}) \tag{9}$$

Menghitung $Var[tr(\mathbf{V}_t)]$ dengan pada Persamaan:

$$Var[tr(\mathbf{V}_t)] = 2p \sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t q_{ij}^2 \tag{10}$$

Menentukan batas kendali atas dan bawah diagram kendali dengan Persamaan:

$$BKA = E[tr(\mathbf{V}_t)] + L\sqrt{Var[tr(\mathbf{V}_t)]} = p \times tr(\mathbf{Q}) + L\sqrt{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t q_{ij}^2} \text{ dan} \tag{11}$$

$$BKB = E[tr(\mathbf{V}_t)] - L\sqrt{Var[tr(\mathbf{V}_t)]} = p \times tr(\mathbf{Q}) - L\sqrt{\sum_{i=1}^t \sum_{j=1}^t q_{ij}^2}$$

di mana nilai L merupakan nilai pada tabel yang telah diestimasi dengan simulasi monte carlo pada tabel yang tersedia, kemudian membuat plot $tr(\mathbf{V}_t)$ ke diagram kendali.

Kelima, jika terdapat titik pengamatan yang berada di luar kendali, maka pengamatan tersebut diabaikan. Kemudian dibentuk diagram kendali MEWMV seperti pada Langkah (3) dengan menggunakan sisa data. Langkah ini diulang sampai proses terkendali.

Keenam, membuat diagram kendali MEWMV simulasi dengan langkah sebagai berikut: Menghitung vektor rata-rata dan matriks kovarians seperti pada Langkah (2) menggunakan sisa data yang telah terkendali. Hasilnya dipandang sebagai parameter μ_0 dan Σ_0 , Bangkitkan data berukuran 50 pengamatan dari $N_5(\mu_1, \Sigma_0)$, di mana μ_1 merupakan vektor rata-rata dengan tiga variabel pertama digeser sebesar 1.25 sigma,

Bangkitkan data berukuran 100 pengamatan dari $N_5(\mu_0, \Sigma_1)$, di mana Σ_1 merupakan matriks kovarians dengan tiga variabel pertama varians digeser sebesar 125%, Gabungkan data asli yang sudah terkendali dengan data simulasi hasil langkah 5 (b) dan (c), Buat diagram kendali seperti pada Langkah (3), Interpretasi hasil diagram kendali MEWMV dan buat kesimpulan.

Teknik analisis pengolahan data pada penelitian ini dilakukan dengan menggunakan beberapa software, yaitu RStudio untuk membuat korelasi Pearson dan Normalitas Multivariat, serta Matlab dalam membuat diagram kendali MEWMV. Berikut tabel nilai L tabel yang telah diestimasi dengan simulasi monte carlo.

Tabel 1. Tabel estimasi nilai L dengan simulasi Monte Carlo dengan $ARL_0 = 370$

ω	p	λ	(b) Small shifts in MEWMV chart										
			4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.1	0.1	2.7832	2.7668	2.7486	2.7396	2.7319	2.7312	2.7207	2.7196	2.7237	2.7222	2.7191	2.7163
	0.5	2.7831	2.7646	2.7461	2.7354	2.7259	2.7197	2.7157	2.7141	2.7124	2.7133	2.7051	2.7041
	0.9	2.7945	2.7654	2.7452	2.7299	2.7202	2.715	2.7085	2.7007	2.6995	2.7013	2.6914	2.6899
0.5	0.1	3.9424	3.8203	3.7221	3.6539	3.5907	3.5503	3.5068	3.4661	3.4407	3.4107	3.3911	3.3645
	0.5	3.9522	3.8366	3.737	3.6587	3.6076	3.5539	3.5051	3.4786	3.4496	3.4189	3.3941	3.3749
	0.9	3.9619	3.8362	3.7435	3.6716	3.6127	3.5593	3.5150	3.4772	3.4501	3.4200	3.3948	3.3714
0.9	0.1	4.3199	4.1631	4.0497	3.9336	3.8759	3.8199	3.7647	3.7262	3.6832	3.6495	3.6208	3.5868
	0.5	4.3106	4.1613	4.0420	3.9456	3.8870	3.814	3.7657	3.7179	3.6826	3.6433	3.6178	3.5904
	0.9	4.2834	4.1352	4.0223	3.9356	3.8637	3.7978	3.7493	3.7057	3.6705	3.6396	3.6067	3.5657

C. Hasil dan Pembahasan

Korelasi Pearson

Berikut disajikan pada tabel nilai korelasi pearson beserta p-value dari masing-masing karakteristik kualitas. Nilai $p - value < 5\%$ mengindikasikan bahwa terdapat korelasi diantara variabelnya.

Tabel 2. Korelasi Pearson antar variabel

Variabel	Nilai Korelasi Pearson	P-Value
$X_1 - X_2$	0.20712	0.2255
$X_1 - X_3$	0.08241	0.6328
$X_1 - X_4$	-0.1932	0.259
$X_1 - X_5$	-0.1187	0.4906
$X_2 - X_3$	-0.2946	0.08109
$X_2 - X_4$	-0.3782	0.02296
$X_2 - X_5$	-0.3711	0.02585
$X_3 - X_4$	0.06779	0.6945
$X_3 - X_5$	-0.0039	0.9821
$X_4 - X_5$	0.858991	0.0000000002

Berdasarkan Tabel 2 diatas, dapat disimpulkan bahwa terdapat korelasi diantara beberapa variabel, diantaranya ialah variabel X_2 dan X_4 , variabel X_2 dan X_5 serta variabel X_4 dan X_5 .

Normalitas Multivariat

Pengujian asumsi normalitas multivariat dilakukan dengan menggunakan uji Mardia, di mana hipotesis yang diberikan ialah sebagai berikut:

H_0 : Data berdistribusi normal multivariat;

H_1 : Data tidak berdistribusi normal multivariat.

Dengan menggunakan software R Studio, maka didapatkan nilai statistik dan p-value dari masing-masing skewness dan kurtosis yang diringkaskan pada tabel berikut:

Tabel 3. Uji Normalitas Multivariat Skewness dan Kurtosis

Test	Statistik Uji	P-Value	Hasil
Mardia Skewness	47.2614355722108	0.0807107700492083	YES
Mardia Kurtosis	1.45490718490949	0.145694958463832	YES

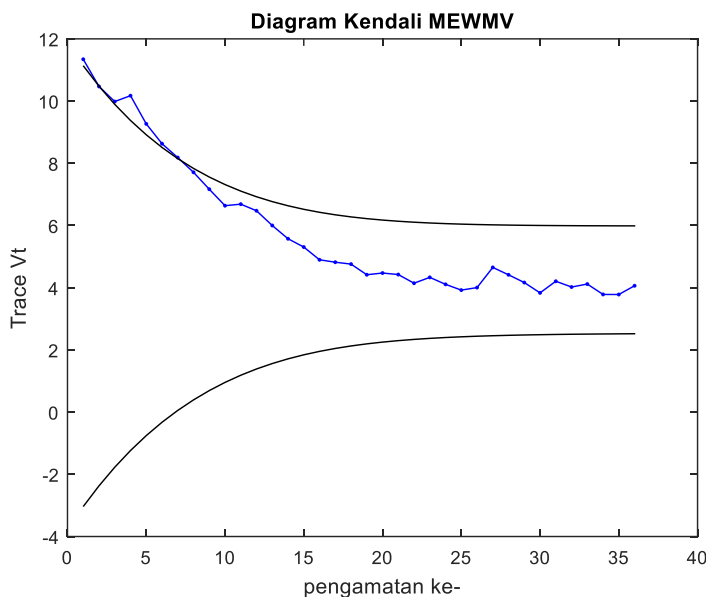
Berdasarkan tabel 4.3 dengan menggunakan nilai $\alpha = 0.05$, diketahui bahwa nilai p-value skewness = $0.08 > \alpha = 0.05$ dan p-value kurtosis = $0.15 > \alpha = 0.05$, sehingga keputusan H_0 diterima. Maka dapat disimpulkan bahwa data berdistribusi normal multivariat.

Diagram Kendali MEWMV

Diagram kendali MEWMV memiliki garis vertikal yang merupakan nilai $tr(\mathbf{V}_t)$ didapatkan berdasarkan hasil perhitungan dan garis horizontal yang merupakan titik observasi serta garis Batas Kendali Atas dan Batas Kendali Bawah dari masing-masing nilai $tr(\mathbf{V}_t)$. Vektor rata-rata dan matriks kovarian sampel masing-masing, yaitu sebagai berikut:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 48.7275 \\ 69.4583 \\ 7.0325 \\ 4.5065 \\ 1.8087 \end{bmatrix} \text{ dan } S = \begin{bmatrix} 0.1029 & 0.1295 & 0.0107 & -0.0199 & -0.0070 \\ 0.1295 & 3.7974 & -0.2317 & -0.2371 & -0.1339 \\ 0.0107 & -0.2317 & 0.1628 & 0.0088 & -0.0003 \\ -0.0199 & -0.2371 & 0.0088 & 0.1035 & 0.0512 \\ -0.0070 & -0.1339 & -0.0003 & 0.0512 & 0.0343 \end{bmatrix}$$

Data ditransformasi ke normal baku multivariat kemudian dibentuk diagram kendali MEWMV. Berikut diagram kendali MEWMV untuk nilai pembobot $\lambda = 0.1$ dan $\omega = 0.1$.



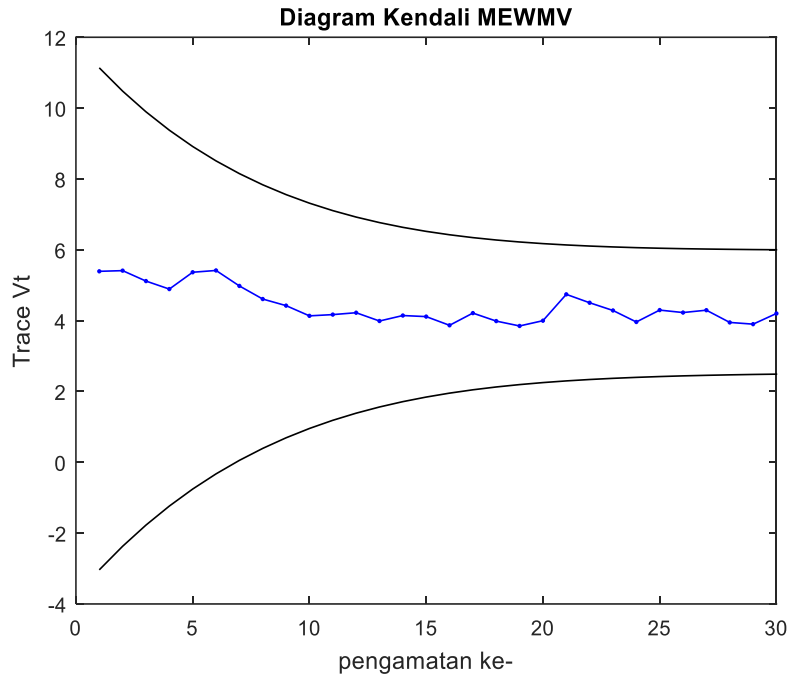
Gambar 1. Diagram kendali MEWMV untuk nilai pembobot $\omega = 0.1$ dan $\lambda = 0.1$

Berdasarkan Gambar 4.1 tersebut, dapat dilihat bahwa titik pengamatan yang berada di luar kendali. Terdapat 6 titik pengamatan yang berada di luar kendali, yaitu pengamatan ke-1, ke-3 hingga pengamatan ke-7 di luar batas kendali atas. Menggunakan cara yang sama, dihitung dan dibentuk diagram kendali MEWMV dengan nilai pembobot lainnya, yaitu $\omega = 0.5; 0.9$ dan $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$. Secara umum, dari keseluruhan diagram kendali dapat disimpulkan bahwa terdapat 6 titik pengamatan yang berada di luar BKA pada nilai diagram kendali dengan nilai pembobot $\omega = 0.1$, sehingga pengamatan tersebut diabaikan atau dihapus dari data menyisakan 30 titik pengamatan.

Setelah diperoleh data proses baru, dihitung kembali vektor rata-rata dan matriks kovarians serta dibentuk diagram kendali MEWMV menggunakan kombinasi dari masing-masing nilai pembobotnya. Hasil perhitungan vektor rata-rata, matriks kovarian untuk 30 titik pengamatan ditunjukkan sebagai berikut:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} 48.7007 \\ 69.1600 \\ 7.0383 \\ 4.5807 \\ 1.8522 \end{bmatrix} \text{ dan } S = \begin{bmatrix} 0.0941 & 0.1301 & 0.0144 & -0.0227 & -0.0087 \\ 0.1301 & 3.0418 & -0.1760 & -0.1678 & -0.0759 \\ 0.0144 & -0.1760 & 0.1673 & 0.0262 & 0.0011 \\ -0.0227 & -0.1678 & 0.0262 & 0.0734 & 0.0362 \\ -0.0087 & -0.0759 & 0.0011 & 0.0362 & 0.0264 \end{bmatrix}$$

Diagram kendali MEWMV dibentuk dengan 30 titik buah pengamatan menggunakan kombinasi dari masing-masing nilai pembobot yang telah ditentukan seperti berikut:

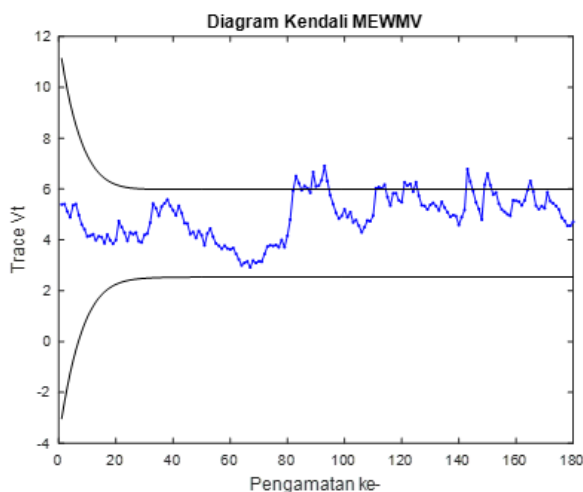


Gambar 2. Diagram kendali MEWMV untuk nilai pembobot $\omega = 0.1$ dan $\lambda = 0.1$

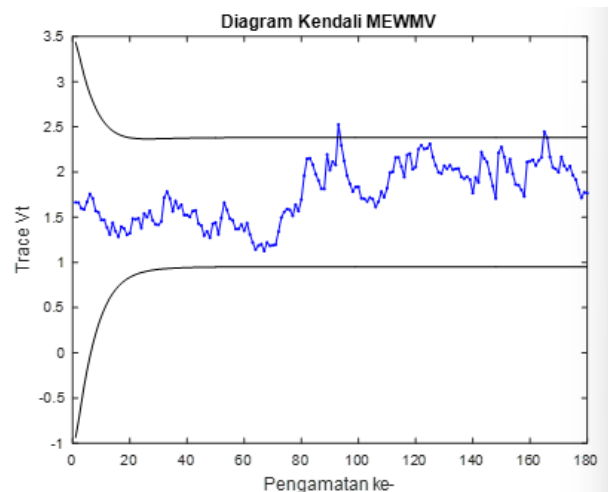
Berdasarkan Gambar 2, gambaran umum yang dapat diperoleh dari diagram kendali MEWMV tersebut dan sembilan diagram kendali MEWMV lainnya ialah semua titik pengamatan untuk setiap nilai pembobotnya sudah berada diantara BKA dan BKB, sehingga dapat disimpulkan bahwa variabilitas proses produksi kertas koran PRIMA 48.8 telah terkendali secara statistik.

Diagram Kendali MEWMV Simulasi

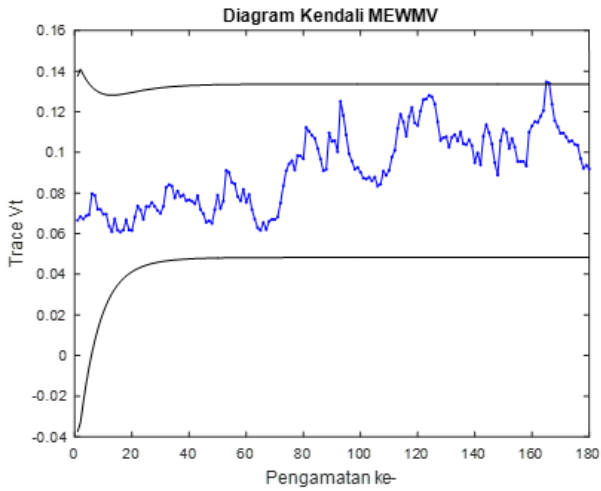
Penerapan diagram kendali MEWMV dengan data simulasi dilakukan dengan membangkitkan data dari proses baru sebanyak 50 titik pengamatan. Data dimulai dari pengamatan ke-31 hingga pengamatan ke-80, di mana dilakukan pergeseran rata-rata sebesar 1.25σ dari tiga variabel dengan varians Σ_0 tidak berubah. Pada pengamatan ke-81 hingga 100 pengamatan berikutnya, data dibangkitkan dengan pergeseran variansnya sebesar 125% dari tiga variabel dengan rata-rata μ_0 tetap, sehingga dihasilkan diagram seperti berikut ini:



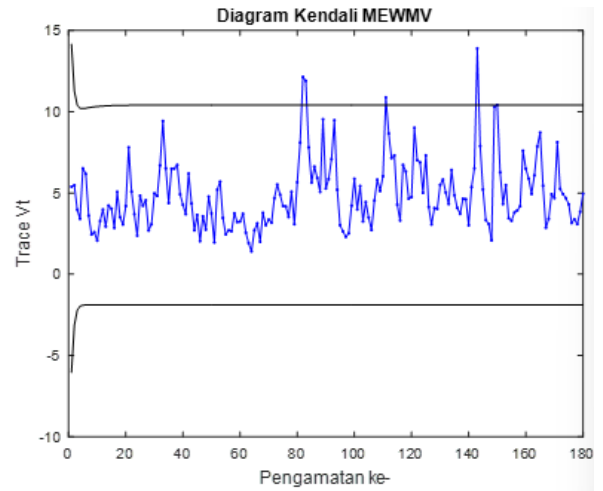
(a) $\omega = 0.1; \lambda = 0.1$



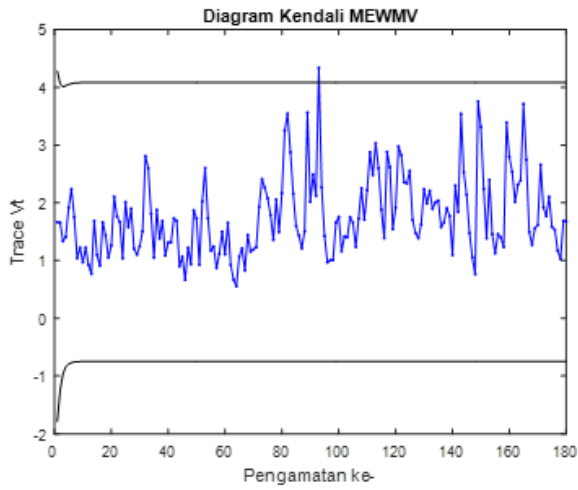
(b) $\omega = 0.1; \lambda = 0.5$



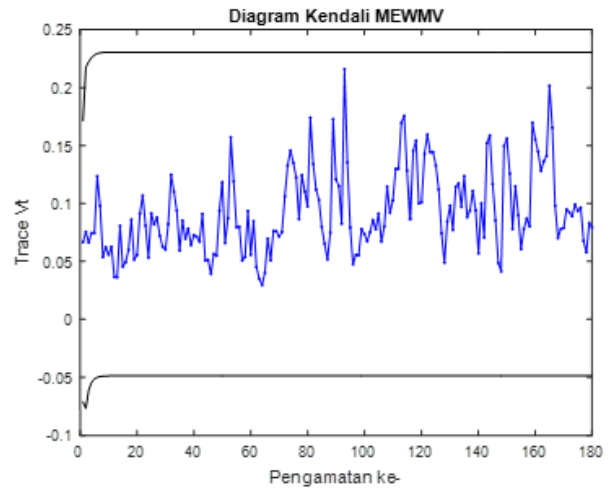
(c) $\omega = 0.1; \lambda = 0.9$



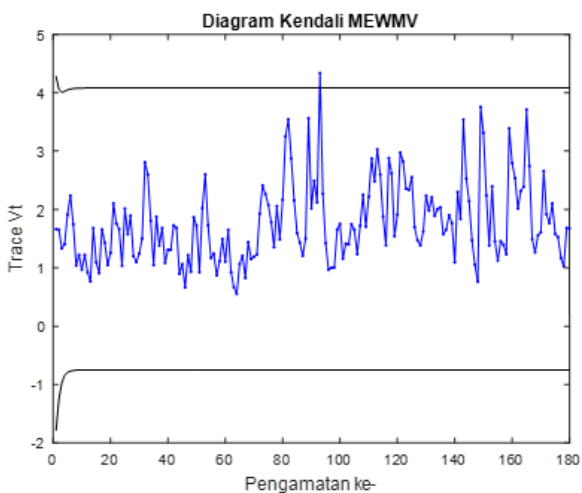
(d) $\omega = 0.5; \lambda = 0.1$



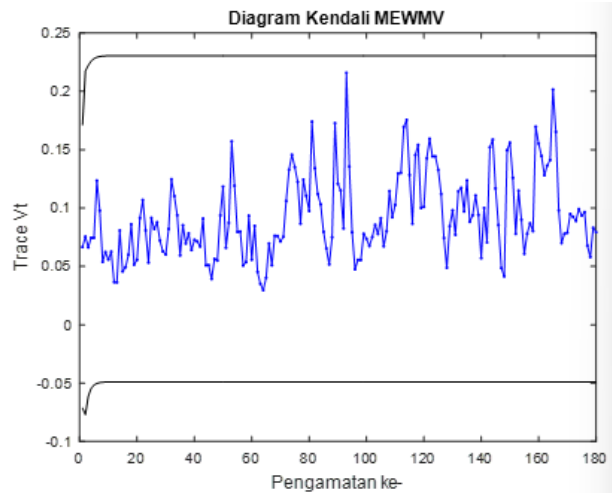
(e) $\omega = 0.5; \lambda = 0.5$



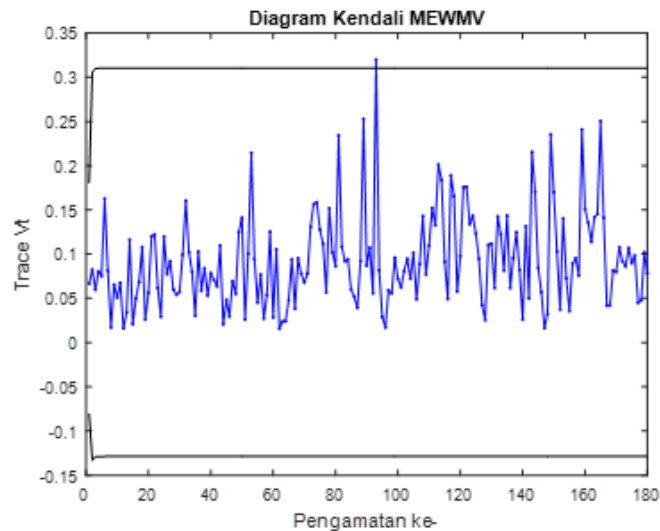
(f) $\omega = 0.5; \lambda = 0.9$



(e) $\omega = 0.5; \lambda = 0.5$



(f) $\omega = 0.5; \lambda = 0.9$



(i) $\omega = 0.9; \lambda = 0.9$

Gambar 3. Diagram Kendali MEWMV Simulasi

Secara umum, dari sembilan diagram kendali MEWMV dengan masing-masing nilai pembobotnya $\omega = 0.1; 0.5; 0.9$ dan $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$, dapat disimpulkan bahwa diagram kendali MEWMV dengan data simulasi menunjukkan titik pengamatan yang berada di luar kendali hanya terjadi ketika dilakukan pergeseran pada varians, sementara tetap terkendali ketika pergeseran rata-rata dilakukan. Diagram kendali MEWMV bekerja paling baik dalam mendeteksi pergeseran variabilitas proses dengan nilai pembobot yang paling kecil. Artinya dalam hal ini dapat dikatakan bahwa diagram kendali dengan nilai pembobot $\omega = 1; \lambda = 0.1$ merupakan diagram kendali yang paling sensitif, dibandingkan dengan diagram kendali yang menggunakan nilai pembobot lainnya dalam mengendalikan variabilitas proses produksi kertas koran PRIMA 48.8 yang diproduksi oleh PT. Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Group).

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut. Pengendalian variabilitas proses produksi kertas koran PRIMA 48.8 dengan diagram kendali MEWMV menggunakan kombinasi nilai pembobot masing-masing $\omega = 0.1; 0.5; 0.9$ dan $\lambda = 0.1; 0.5; 0.9$ di awal belum terkendali secara statistik. Hal ini ditandai dengan adanya 6 titik pengamatan yang berada di luar kendali, sehingga pengamatan tersebut diabaikan dan dibentuk kembali diagram kendali MEWMV dengan data sisa sebanyak 30 titik pengamatan. Pada proses ini, dibentuk kembali diagram kendali MEWMV dan didapatkan bahwa seluruh titik pengamatan berada diantara batas kendali, sehingga disimpulkan bahwa proses terkendali dengan 30 titik pengamatan. Diagram kendali MEWMV simulasi menggunakan data dari proses baru kemudian dibangkitkan dengan pergeseran rata-rata dan variansnya, sehingga dihasilkan diagram MEWMV yang lebih sensitif terhadap pergeseran variansnya. Diagram kendali MEWMV menggunakan nilai pembobot $\omega = 0.1; \lambda = 0.1$ merupakan yang paling sensitif dalam mengendalikan variabilitas proses produksi kertas koran PRIMA 48.8 yang diproduksi oleh PT. Adiprima Suraprinta (Jawa Pos Group).

Daftar Pustaka

- [1] D. M. Hawkins and K. D. Zamba, "Statistical Process Control for Shifts in Mean or Variance Using a Change-point Formulation," *Technometrics*, vol. 47, no. 2, pp. 164–173, May 2005, doi: 10.1198/004017004000000644.
- [2] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control*, Seventh Edition. United States of America: John Wiley & Sons, Inc, 2013.

- [3] M. Bernardino, “Penerapan CUSUM-Tukey’s Control Chart untuk Mendeteksi Perubahan Rata-Rata Proses pada Data Non-Normal,” *Jurnal Riset Statistika*, vol. 3, no. 2, pp. 119–124, Dec. 2023, doi: 10.29313/jrs.v3i2.2955.
- [4] S. M. Diyandini and E. Kurniati, “Analisis Maksimalisasi Utilitas Konsumen Melalui Grafik dan Persamaan Rumus,” *DataMath: Journal of Statistics and Mathematics*, vol. 2, no. 1, pp. 1–10, 2024.
- [5] A. B. Yeh, L. Huwang, and C. Wu, “A Multivariate EWMA Control Chart for Monitoring Process Variability with Individual Observations,” *IIE Transactions*, vol. 37, no. 11, pp. 1023–1035, 2005.
- [6] D. M. Hawkins and E. M. Maboudou-Tchao, “Multivariate Exponentially Weighted Moving Covariance Matrix,” *Technometrics*, vol. 50, no. 2, pp. 155–166, May 2008, doi: 10.1198/004017008000000163.
- [7] A. C. Rencher and W. F. Christensen, *Methods of Multivariate Analysis*, Third Edition. United States of America: John Wiley & Sons, Inc, 2012.
- [8] L. Huwang, A. B. Yeh, and C.-W. Wu, “Monitoring Multivariate Process Variability for Individual Observations,” *Journal of Quality Technology*, vol. 39, no. 3, pp. 258–278, Jul. 2007, doi: 10.1080/00224065.2007.11917692.
- [9] N. G. T. Gunaratne, M. A. Abdollahian, S. Huda, and J. Yearwood, “Exponentially Weighted Control Charts To Monitor Multivariate Process Variability For High Dimensions,” *Int J Prod Res*, vol. 55, no. 17, pp. 1–15, Sep. 2017, doi: 10.1080/00207543.2016.1278081.
- [10] “PT. Adiprima Suraprinta.” Accessed: Jan. 17, 2024. [Online]. Available: <http://www.adiprima.com/>
- [11] A. W. Widyasmara, “Pengendalian Kualitas Proses Produksi Kertas Koran PT. Adiprima Suraprinta Menggunakan Multivariat Hotelling T2,” Institut Teknologi Sepuluh Nopember, 2016.
- [12] K. V. Mardia, “Measures of Multivariate Skewness and Kurtosis with Applications,” *Biometrika*, vol. 57, no. 3, pp. 519–530, Dec. 1970, doi: 10.2307/2334770.