

Penerapan CUSUM-Tukey's Control Chart untuk Mendeteksi Perubahan Rata-Rata Proses pada Data Non-Normal

Mario Bernardino

Prodi Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 3/11/2023
Revised : 17/12/2023
Published : 24/12/2023



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 3
No. : 2
Halaman : 119 - 124
Terbitan : **Desember 2023**

ABSTRAK

Diagram kontrol Cumulative Sum (CUSUM) sering digunakan untuk pengontrolan proses di dalam rangka mendeteksi pergeseran kecil dari ukuran pemusatan atau ukuran penyebaran atau keduanya. Dalam menentukan batas-batas kontrol nya didasarkan asumsi bahwa populasi harus berdistribusi normal. Dalam prakteknya tidak semua karakteristik mutu berdistribusi normal. Apabila diagram CUSUM digunakan maka kinerja akan menurun. Oleh karena itu, untuk menanggulangnya dapat menggunakan diagram kontrol nonparametrik. Dalam skripsi ini akan dibahas CUSUM-Tukey Control Chart (CUSUM-TCC) untuk mendeteksi pergeseran yang terjadi pada rata-rata yang prosedurnya tidak bergantung pada distribusi karakteristik mutu tertentu. Diagram CUSUM-TCC ini akan diaplikasikan dalam pengontrolan pergeseran rata-rata harga harian emas di Indonesia pada tahun 2022. Dimana akan melihat apakah terdapat pergeseran proses produksi yang terjadi pada harga emas di Indonesia pada tahun 2022. Hasil yang diperoleh yaitu harga emas di Indonesia pada tahun 2022 tidak terkontrol secara statistik dikarenakan beberapa periode mengalami out of control. Hasil penerapan pada diagram kontrol CUSUM-TCC pada pergeseran rata-rata harga harian emas pada tahun 2022 mengalami out of control pada periode ke-55.

Kata Kunci : Diagram Kontrol CUSUM-TCC; Non-Normal; Harga Emas.

ABSTRACT

Cumulative Sum (CUSUM) control charts are often used for process control in order to detect small shifts in either the concentration size or the spread size or both. In determining the control limits based on the assumption that the population must be normally distributed. In practice, not all quality characteristics are normally distributed. If the CUSUM diagram is used, the performance will decrease. Therefore, to overcome it can use nonparametric control charts. In this thesis, the CUSUM-Tukey's Control Chart (CUSUM-TCC) will be discussed to detect shifts that occur in the average, the procedure does not depend on the distribution of certain quality characteristics. This CUSUM-TCC diagram will be applied in controlling shifts in the average daily gold price in Indonesia in 2022. It will see whether there is a shift in the production process that occurs in gold prices in Indonesia in 2022. The results obtained are that the price of gold in Indonesia in 2022 is not statistically controlled because several periods have experienced out of control. The results of applying the CUSUM-TCC control chart to the shift in the average daily price of gold in 2022 are out of control in the 55th period.

Keywords : Control Chart CUSUM-TCC; Non-Nonmal; Gold Price.

@ 2023 Jurnal Riset Statistika Unisba Press. All rights reserved.

A. Pendahuluan

Statistical Process Control (SPC) adalah kumpulan teknologi untuk mengontrol proses pembuatan produk baik di industri manufaktur maupun industri jasa. Salah satu teknik SPC yang paling sering digunakan adalah diagram kontrol yang dapat memberikan sinyal apabila terjadi proses *out of control*. Diagram kontrol juga dapat memberikan informasi penyebab terjadinya proses *out of control* ini digunakan untuk memantau parameter yang berubah dalam proses, seperti parameter rata-rata, skala, lokasi dan disperse [1]. Pada tahun 1924 Shewhart pertama kali memperkenalkan konsep diagram kontrol yang digunakan untuk memantau atau memeriksa sebuah proses. Sebuah proses yang cukup stabil, tapi berjalan di luar batas yang diharapkan, harus diperbaiki untuk menemukan akar dari permasalahannya. Tetapi diagram kontrol Shewhart itu sendiri kurang efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil. Maka, untuk mengatasi permasalahan itu terdapat alternatif lain untuk mendeteksi pergeseran kecil yaitu dengan menggunakan diagram kontrol *Cumulative Sum* (CUSUM) [2] [3].

Diagram kontrol CUSUM digunakan untuk mendeteksi pergeseran kecil hingga sedang yang mengasumsikan bahwa data harus berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Sedangkan pada kenyataannya dimungkinkan terdapat data yang diperoleh dari suatu proses yang tidak berdistribusi normal. Dalam praktek pengamatan proses mungkin berasal dari distribusi populasi yang tidak berdistribusi normal atau bisa jadi distribusi tidak diketahui [4]. [5] memperkenalkan *Tukey's Control Chart* (TCC) yaitu sebuah diagram kontrol yang dirancang untuk pengamatan tunggal yang dapat diterapkan ke data berskala interval yang tidak memerlukan asumsi dari distribusi data manapun. Namun pada penelitian sebelumnya menunjukkan bahwa TCC ini belum efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil dari proses [6]. Untuk penanggulangannya Thitisowaranon dkk (2019) mengusulkan diagram kontrol yang dibentuk dengan menggabungkan diagram kontrol CUSUM dan TCC, selanjutnya disebut *Cumulative Sum-Tukey's Control Chart* (CUSUM-TCC).

CUSUM-TCC ialah metode yang efektif digunakan dalam memonitoring pergeseran yang terjadi pada rata-rata proses ketika distribusi data tidak berasal dari distribusi normal. Untuk mengimplementasikan CUSUM-TCC ini menggunakan data harga emas. Emas merupakan instrumen investasi yang populer dan terpercaya dari masa ke masa. Pada tahun 2022 harga emas di Indonesia mengalami kenaikan dan penurunan di setiap harinya. Dibuktikan dengan harga emas di Indonesia pada Jum'at pagi (11/2/2022) pukul 05:34 tercatat sebesar 1826,39 USD/oz, turun tipis 0,01% dari hari sebelumnya di mana harga emas sebesar 1826,57 USD/oz [7]. Karena pergeseran pada harga emas termasuk kepada pergeseran kecil yang mana dalam kurun waktu per hari saja harga emas bisa berubah. Berubahnya harga emas itu sendiri dipengaruhi oleh beberapa faktor seperti, terjadinya inflasi, naik turunnya harga US Dollar, jumlah emas yang terbatas dan lain lain [8]. Oleh karena itu, pada penelitian kali ini akan membahas diagram kontrol CUSUM-TCC untuk mendeteksi pergeseran yang terjadi pada rata-rata proses dan implementasinya pada monitoring fluktuasi harga emas harian di Indonesia tahun 2022.

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka tujuan penelitian dalam penelitian ini sebagai berikut: 1) Menunjukkan pergeseran rata-rata yang terjadi pada harga emas di Indonesia tahun 2022 apakah terkontrol secara statistik. 2) Mengetahui bagaimana hasil pengujian CUSUM-TCC dengan C_i^+ pada pergeseran rata-rata yang terjadi pada harga emas harian pada tahun 2022 di Indonesia. 3) Mengetahui bagaimana hasil pengujian CUSUM-TCC dengan C_i^- pada pergeseran rata-rata yang terjadi pada harga emas harian pada tahun 2022 di Indonesia.

B. Metode Penelitian

Pada penelitian ini yang menjadi objek penelitian yaitu harga emas di Indonesia yang mana harga emas tersebut dilihat pergerakannya per hari dalam kurun waktu satu tahun pada tahun 2022. Data harga emas didapat dari web dengan laman harga-emas.org. yang dimana peneliti melihat pergerakan harga emas dari history yang ada pada web tersebut.

Pada penelitian ini akan membahas diagram kontrol CUSUM-TCC untuk mendeteksi pergeseran yang terjadi pada rata-rata proses dan implementasinya pada monitoring harga emas harian di Indonesia tahun 2022. Berikut penjelasan mengenai metode yang digunakan dalam penelitian:

Cumulative Sum-Tukey’s Control Chart (CUSUM-TCC)

Metode CUSUM-TCC merupakan campuran dari diagram kontrol CUSUM dan Tukey dengan menggunakan konsep bahwa diagram kontrol CUSUM direpresentasikan sebagai statistik dimana parameter rata-rata dan ragam disubstitusikan dengan parameter *nonparametric* yaitu kuartil dan interkuartil [1]. CUSUM-TCC digunakan untuk mendeteksi perubahan nilai rata-rata ketika proses memiliki distribusi simetris dan asimetris, diagram kontrol ini dapat mendeteksi pergeseran rata-rata lebih baik daripada diagram kontrol TCC dan CUSUM pada saat populasi mengikuti distribusi non-normal [4]. Pada metode ini nilai statistik diambil dari diagram kontrol CUSUM dan batas kendali diambil dari diagram kontrol Tukey yang didefinisikan sebagai berikut [1]:

$$C_i^+ = \max(0, x_i - Q_3^s - k + C_{i-1}^+) \tag{1}$$

$$C_i^- = \min(0, Q_1^s - x_i - k + C_{i-1}^-) \tag{2}$$

dimana x_i merupakan suatu pengamatan ke- i , k merupakan nilai referens dari diagram CUSUM-Tukey yang mana sama seperti nilai referens pada diagram CUSUM, Q_1^s dan Q_3^s penyesuaian dari Q_1 dan Q_3 untuk data yang tidak berdistribusi normal. Nilai Q_1^s dan Q_3^s didefinisikan sebagai berikut [9]:

$$Q_3^s = (Q_3 - 0,75Q_3) + 0,5Q_2 + 0,25Q_1 \tag{3}$$

$$Q_1^s = (Q_1 - 0,75Q_1) + 0,5Q_2 + 0,25Q_3 \tag{4}$$

Dengan nilai batas kendali CUSUM-TCC sebagai berikut:

$$BKA = K(IQR) \tag{5}$$

$$BKB = 0 \tag{6}$$

dimana K merupakan nilai koefisien yang dapat ditetapkan pada nilai yang ditentukan sebelumnya dari nilai ARL. Nilai kuartil bawah, median, dan kuartil atas dapat dijelaskan sebagai berikut [10]:

Kuartil bawah:
 Letak $Q_1 = X_{\frac{1}{4}(n+1)}$ (7)

Median:
 Letak $Q_2 = X_{\frac{1}{2}(n+1)}$ (8)

Kuartil atas:
 Letak $Q_3 = X_{\frac{3}{4}(n+1)}$ (9)

Inter Quartile Range (IQR):
 $IQR = Q_3 - Q_1$ (10)

Average Run Length (ARL) CUSUM-TCC

Urutan titik-titik dalam plot pada diagram kontrol hingga sinyal di luar batas kontrol diidentifikasi sebagai *Run Length (RL)*. Kriteria yang digunakan dalam membandingkan kinerja diagram kontrol adalah dengan mengukur seberapa cepat diagram kontrol tersebut membangkitkan sinyal *out of control*. Diagram kontrol disebut lebih sensitif terhadap perubahan proses jika diagram kontrol tersebut lebih cepat mendeteksi sinyal *out of control* [11]. Salah satu cara untuk mengukur kinerja diagram kontrol adalah dengan menggunakan *Average Run Length (ARL)*. ARL adalah jumlah rata-rata pengamatan yang dipantau hingga proses *out of control* pertama terdeteksi [4].

Dua aspek yang harus diperhatikan dalam ARL yaitu ARL_0 (ketika proses terkendali) dan ARL_1 (ketika proses tidak terkendali). ARL dapat dihitung sebagai berikut [4]:

$$ARL = \frac{\sum_{i=1}^R RL_i}{R} \tag{11}$$

dimana:

- RL_i : Jumlah pengamatan yang harus diperhatikan sampai proses *out of control* pertama terdeteksi
- i : Jumlah data simulasi ($i = 5000$)
- R : Jumlah pengulangan percobaan ($R = 10000$)

Ketika proses terkendali nilai ARL yaitu sebesar ± 370

C. Hasil dan Pembahasan

Statistik Deskriptif

Statistik deskriptif ini digunakan untuk mengetahui keadaan harga emas di Indonesia pada tahun 2022.

Tabel 2. Deskriptif Statistik Harga Emas di Indonesia pada Tahun 2022

Variabel	Jumlah (N)	Rata-rata	Nilai Minimum	Nilai Maksimum
Harga Emas (USD/oz)	365	1802,8808	1626,9	2056,57

Dari tabel 2 dapat diketahui bahwa pada penelitian ini menggunakan data Harga Emas (USD/oz) dengan jumlah data penelitian sebesar 365 atau bisa dikatakan bahwa penelitian ini menggunakan data harga harian emas pada tahun 2022. Pada tahun 2022, rata-rata harga emas sebesar 1802,8808 USD/oz. Pada tahun 2022 harga emas terendah yaitu pada tanggal 3 November 2022 yaitu sebesar 1626,9 USD/oz dan harga emas tertinggi yaitu pada tanggal 8 Maret 2022 yaitu sebesar 2056,57 USD/oz.



Gambar 1. Plot Harga Harian Emas di Indonesia pada Tahun 2022

Dapat dilihat pada gambar 1 bahwa pada tahun 2022 harga emas di Indonesia mengalami kenaikan atau penurunan disetiap harinya, atau harga emas di Indonesia pada tahun 2022 tidak stabil.

Uji Kecocokan Distribusi Gamma

Pengujian kecocokan distribusi Gamma dengan parameter $\alpha = 386,7003$ dan $\beta = 4,6622$ dengan menggunakan uji *Kolmogorov-Smirnov* [12] dengan hasil sebagai berikut:

Tabel 1. Uji Kecocokan Distribusi Gamma

Test	Statistic	p-value
Kolmogorov-Smirnov	0,044	0,39972

Kriteria uji yang digunakan pada pengujian kecocokan distribusi Gamma menggunakan *Kolmogorov-Smirnov* yaitu tolak H_0 jika nilai $p\text{-value} < \alpha = 0,05$. Berdasarkan tabel 4.3 diketahui bahwa hasil uji *Kolmogorov-Smirnov* memiliki nilai $p\text{-value} = 0,39972$. Maka, nilai $p\text{-value} > \alpha$ atau $0,39972 > 0,05$. Dapat disimpulkan bahwa H_0 diterima maka data pengamatan mengikuti distribusi Gamma.

Perhitungan Batas Kendali CUSUM-TCC

Untuk perhitungan batas kendali CUSUM-TCC diperlukan nilai koefisien (K). nilai K dapat dicari menggunakan rumus ARL yang mana ARL dicari menggunakan konsep dari simulasi *Monte Carlo* dengan jumlah replikasi sebanyak 10000 kali dengan *software R-Studio*. langkah pertama yang harus dilakukan yaitu mencari parameter dari distribusi gamma yang telah dihitung dengan *software Easy-fit*, diketahui $\alpha = 386,7003$ dan $\beta = 4,6622$. Didapatkan nilai ARL_0 untuk $\text{Gamma}(386.7003, 4,6622) = 370,0104$

menggunakan $K=13,79$. Untuk mengetahui batas kendali CUSUM-TCC juga diperlukan nilai *Inter Quartile Range* (IQR) menggunakan rumus (6) sebagai berikut:

$$IQR = Q_3 - Q_1$$

$$IQR = 1855,8 - 1736,8$$

$$IQR = 119$$

Sebelumnya, diketahui nilai $K=13,79$, dan nilai IQR diketahui sebesar 119 maka dapat diketahui batas kendali atas dan batas kendali bawah sebagai berikut:

$$BKA = K(IQR)$$

$$BKA = 1641,01$$

$$BKB = 0$$

Perhitungan Nilai Statistik CUSUM-TCC

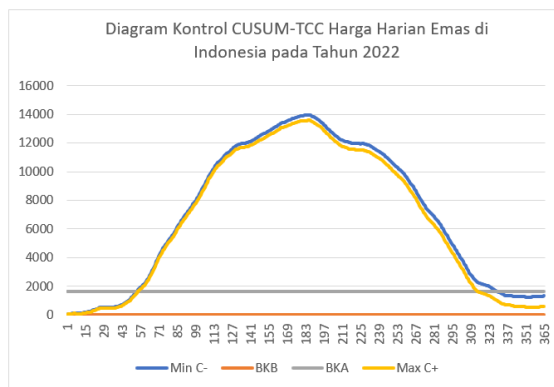
Setelah mengetahui distribusi dari data, diketahui bahwa data mengikuti distribusi gamma. Maka, selanjutnya yaitu mengontrol rata-rata proses menggunakan diagram kendali CUSUM-TCC. Setelah dilakukan perhitungan menggunakan *software Minitab* didapat bahwa nilai kuartil bawah (Q_1) sebesar 1736,8, median (Q_2) sebesar 1804,23 dan kuartil atas (Q_3) sebesar 1855,8. Selanjutnya, dilakukan perhitungan nilai statistik CUSUM-TCC itu sendiri yang hasil perhitungannya dapat dilihat pada Tabel 3.

Tabel 3. Hasil Perhitungan Nilai Statistik C_i^+ dan C_i^-

Periode	Harga Emas (USD/Oz)	C_i^+	C_i^-
1	1829,05	27,8	-29,8
2	1829,05	55,6	-59,6
3	1799,83	54,18	-60,18
4	1812,84	65,77	-73,77
5	1824,78	89,3	-99,3
⋮	⋮	⋮	⋮
361	1820,3	543,44	-1265,44
362	1801,44	543,63	-1267,63
363	1815,98	558,36	-1284,36
364	1815,53	572,64	-1300,64
365	1823,86	595,25	-1325,25

Diagram Kontrol CUSUM-TCC

Setelah didapat nilai C_i^+ dan C_i^- untuk $i = 1,2,3, \dots, 365$. Langkah selanjutnya yaitu memplot diagram kontrol CUSUM-TCC berdasarkan nilai C_i^+ dan C_i^- . Hasil plot statistic diagram kontrol CUSUM-TCC harga harian emas di Indonesia pada tahun 2022 dapat dilihat pada gambar 2.



Gambar 2. Pengendalian Rata-Rata Proses Menggunakan Diagram Pengendali CUSUM-TCC

Berdasarkan gambar 2, dapat dilihat pada diagram kontrol CUSUM-TCC dengan batas kendali atas sebesar 1641,01 dan batas kendali bawah sebesar -1641,01. Dapat diketahui bahwa harga harian emas di Indonesia pada tahun 2022 tidak terkontrol secara statistik. Beberapa titik pengamatan berada di atas batas kendali atas. Hal ini menunjukkan bahwa Pergeseran pada rata-rata proses *out of control* pertama kali terdeteksi pada periode ke 55.

D. Kesimpulan

Kesimpulan yang didapat berdasarkan hasil analisis yang telah dilakukan dalam penerapan diagram kontrol CUSUM-TCC dalam memonitoring pergeseran rata-rata proses yang terjadi pada harga emas harian pada tahun 2022 yaitu harga emas tidak terkontrol secara statistik. Hasil penerapan pada diagram kontrol CUSUM-TCC pada pergeseran rata-rata harga harian emas pada tahun 2022 mengalami *out of control* pada periode ke 55.

Daftar Pustaka

- [1] S. Sukparungsee and S. Phantu, "Robustness of CUSUM-Tukey's Control Chart for Detecting of Changes in Process Dispersion," *J Appl Sci (Thailand)*, vol. 19, no. 1, pp. 25–35, Jun. 2020, doi: 10.14416/j.appsci.2020.01.003.
- [2] D. C. Montgomery, *Introduction to Statistical Quality Control.*, 6th Edition., no. 1. New York: John Wiley & Sons, 2009. doi: 10.2307/2988304.
- [3] Zakiyatis Salmainsi and Suliadi, "SPC (Statistical Process Control) Fase II Diagram Kendali Cusum (Cumulative Sum) Nonparametrik Berdasarkan Statistik Mann-Whitney Pada Data Harga Saham PT NO," *Jurnal Riset Statistika*, vol. 1, no. 2, pp. 83–91, Dec. 2021, doi: 10.29313/jrs.v1i2.404.
- [4] N. Saengsura, S. Sukparungsee, and Y. Areepong, "A New Nonparametric Tukey CUSUM-MA Control Chart for Detecting Mean Shifts," *Thailand Statistician*, vol. 21, no. 1, pp. 125–136, 2022, [Online]. Available: <http://statassoc.or.th>
- [5] F. Alemi, "Tukey's Control Chart," *Qual Manag Health Care*, vol. 13, no. 4, pp. 216–221, Oct. 2004, doi: 10.1097/00019514-200410000-00004.
- [6] R. Thitsoowaranon, S. Sukparungsee, and Y. Areepong, "A Mixed Cumulative Sum-Tukey's Control Chart for Detecting Process Dispersion," *The Journal of King Mongkut's University of Technology North Bangkok*, vol. 29, no. 3, Apr. 2019, doi: 10.14416/j.kmutnb.2019.04.004.
- [7] W. Asmarini, "RI Bisa Makin Cuan, Produksi Emas di 2022 Digenjot Naik 20%!," CNBC Indonesia. Accessed: Jul. 10, 2023. [Online]. Available: <https://www.cnbcindonesia.com/news/20220211140723-4-314737/ri-bisa-makin-cuan-produksi-emas-di-2022-digenjot-naik-20>
- [8] Z. S. C. Viqri and E. Kurniati, "Perbandingan Penerapan Metode Fuzzy Time Series Model Chen-Hsu dan Model Lee dalam Memprediksi Kurs Rupiah terhadap Dolar Amerika," *DataMath: Journal of Statistics and Mathematics*, vol. 1, no. 1, pp. 19–26, 2023, doi: 10.29313/datamath.v1i1.12.
- [9] Q. Khaliq and M. Riaz, "Robust Tukey-CUSUM Control Chart for Process Monitoring," *Qual Reliab Eng Int*, vol. 32, no. 3, pp. 933–948, Apr. 2016, doi: 10.1002/qre.1804.
- [10] Sudjana, *Metoda Statistika*. Bandung: PT. Tarsito, 2013.
- [11] D. Siegmund, "Sequential Analysis: Tests and Confidence Intervals.," *J Am Stat Assoc*, vol. 82, no. 398, pp. 693–694, 1985, doi: 10.2307/2289501.
- [12] R. B. D'Agostino and M. A. Stephens, *Goodness-of-Fit Techniques*. New York: Marcel Dekker, Inc., 1986.