

Analisis Model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng dan Singh pada *Data Trend*

Diva Monica, Didi Suhaedi*

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 28/03/2024
Revised : 29/05/2024
Published : 13/06/2024



Creative Commons Attribution-
NonCommercial-ShareAlike 4.0
International License.

Volume : 4
No. : 1
Halaman : 81-92
Terbitan : **Juli 2024**

ABSTRAK

Metode *Fuzzy Time Series* adalah salah satu metode yang memanfaatkan kecerdasan buatan dengan kemampuan untuk bisa menangkap pola dari data yang telah ada sebelumnya. Kegiatan melakukan perbandingan pada model *Fuzzy Time Series* sudah dilakukan oleh penelitian sebelumnya. Namun, pada penelitian sebelumnya hanya melakukan perbandingan model berdasarkan nilai akurasi prediksi pada data yang digunakan tanpa melihat perbedaan perhitungan dari masing-masing model. Untuk itu, penelitian ini mengkaji perbedaan model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng, dan Singh, serta akurasinya pada peramalan data berpola *trend*. Model-model tersebut selanjutnya diaplikasikan untuk memprediksi data penumpang kereta api Jabodetabek periode Januari 2014 sampai Desember 2019. Hasil analisis model pada penelitian ini menunjukkan model Singh lebih baik dibandingkan model Chen. Model Cheng lebih baik dibandingkan model Chen. Hal tersebut sesuai dengan studi kasus pada data *trend* yang menghasilkan model Singh lebih akurat dibandingkan model Cheng dengan nilai MAPE model Singh sebesar 2,82%. Selanjutnya, model Cheng lebih baik dibandingkan dengan model Chen dengan nilai MAPE sebesar 5,7505% dan untuk nilai MAPE model Chen sebesar 7,2181%.

Kata Kunci : Data Trend; Fuzzy Time Series; Model Chen.

ABSTRACT

The *Fuzzy Time Series* method is one method that utilizes artificial intelligence with the ability to capture patterns from pre-existing data. Activities to compare *Fuzzy Time Series* models have been carried out by previous research. However, previous studies only compared models based on the prediction accuracy value on the data used without seeing the difference in calculations from each model. For this reason, this study examines the differences in the Chen, Cheng, and Singh *Fuzzy Time Series* models, as well as their accuracy in forecasting *trend*-patterned data. The models are then applied to predict Jabodetabek train passenger data for the period January 2014 to December 2019. The results of the model analysis in this study show that the Singh model is better than the Chen model. Cheng model is better than Chen model. This is in accordance with the case study on *trend* data which resulted in the Singh model being more accurate than the Cheng model with the Singh model MAPE value of 2,82%. Furthermore, the Cheng model is better than the Chen model with a MAPE value of 5,7505% and for the Chen model MAPE value of 7,2181%.

Keywords : Trend Data; Fuzzy Time Series; Chen Model.

Copyright© 2024 The Author(s).

A. Pendahuluan

Metode *Fuzzy Time Series* adalah salah satu metode yang memanfaatkan kecerdasan buatan dengan kemampuan untuk bisa menangkap pola dari data yang telah ada sebelumnya. Pola data ini digunakan dalam memprediksi data yang akan datang. Penggunaan *Fuzzy Time Series* pertama kali diusulkan oleh Song & Chissom dalam memprediksi jumlah pendaftaran mahasiswa pada Universitas Alabama [1]. Metode *Fuzzy Time Series* juga memiliki banyak model yang lain seperti model Chen, model Cheng, dan model Singh.

Pada penelitian sebelum-sebelumnya hanya melakukan perbandingan model berdasarkan nilai akurasi prediksinya saja tanpa melihat perbedaan perhitungan dari masing-masing model seperti pada penelitian [2][3][4][5]. Penelitian ini akan mengkaji analisis model *Fuzzy Time Series* antara *Fuzzy Time Series* model Chen, model Cheng, dan model Singh. Setelah itu, akan dilakukan perbandingan dengan menggunakan studi kasus pada data *trend* yang didasarkan pada keakuratan nilai prediksi dengan menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE).

Berdasarkan latar belakang yang telah diuraikan, maka perumusan masalah dalam penelitian ini sebagai berikut: “Mengapa salah satu model di antara model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng, dan Singh dapat menghasilkan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan model lainnya?” dan “Manakah model terbaik di antara model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng, dan Singh dalam melakukan prediksi pada studi kasus pola data *trend*?”. Selanjutnya, tujuan dalam penelitian ini diuraikan dalam pokok-pokok sbb. (1) Menganalisis perbedaan setiap model di antara model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng, dan Singh sehingga salah satu model dapat menghasilkan hasil yang lebih baik dibandingkan dengan model lainnya; (2) Mengetahui model yang terbaik di antara model *Fuzzy Time Series* Chen, Cheng, dan Singh dalam melakukan prediksi pada studi kasus pola data *trend*.

B. Metode Penelitian

Data Trend

Data *trend* merupakan data komponen jangka panjang yang memiliki kecenderungan tertentu dalam data, baik yang arahnya meningkat ataupun menurun dari waktu ke waktu [6].

Fuzzy Time Series

Fuzzy Time Series merupakan suatu konsep baru yang diusulkan oleh Song dan Chissom berdasarkan teori *fuzzy set* dan konsep variabel linguistik dan aplikasinya oleh Zadeh. *Fuzzy Time Series* berfungsi untuk menyelesaikan masalah prediksi yang mana data historis adalah nilai-nilai linguistik [7].

Fuzzy Time Series Model Chen

Tahapan-tahapan metode *Fuzzy Time Series* model Chen adalah sebagai berikut [8]:

Pembentukan Himpunan Semesta (*Universe of Discourse*).

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] \quad (1)$$

Dengan D_{min} dan D_{max} adalah nilai data terkecil dan terbesar serta D_1 dan D_2 merupakan nilai positif sembarang.

Pembentukan Interval. Dengan menggunakan aturan *sturges* sebagai berikut.

$$K = 1 + 3,3 \log n \quad (2)$$

Dengan K adalah banyak kelas yang terbentuk dan n adalah jumlah data historis yang digunakan.

$$R = [(D_{max} + D_2) - (D_{min} - D_1)] \quad (3)$$

Dengan D_{min} dan D_{max} adalah nilai data terkecil dan terbesar, D_1 dan D_2 merupakan nilai positif sembarang serta R adalah *range*.

$$I = \text{Range}(R) / \text{Banyak Kelas}(K) \quad (4)$$

Dengan I adalah lebar interval, R adalah rentang, K adalah banyak kelas.

Pembentukan Himpunan *Fuzzy* dan Melakukan *Fuzzifikasi*. Himpunan *fuzzy* adalah sebuah rangkaian kesatuan dari derajat keanggotaan (*grad of membership*). Himpunan *fuzzy* dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$A_i = \frac{\mu_{A_i}(u_1)}{u_1} + \frac{\mu_{A_i}(u_2)}{u_2} + \frac{\mu_{A_i}(u_3)}{u_3} + \dots + \frac{\mu_{A_i}(u_n)}{u_n} \tag{5}$$

Dengan $\mu_{A_i}(u_j)$ adalah derajat keanggotaan u_j terhadap A_i yang didefinisikan jika $i = j$ maka nilai derajat keanggotaannya 1, jika $i = j - 1$ atau $j + 1$ maka nilai derajat keanggotaannya 0,5 dan jika yang lainnya maka nilai derajat keanggotaannya 0.

Menentukan *Fuzzy Logic Relations* (FLR). FLR $A_i \rightarrow A_j$ ditentukan berdasarkan nilai A_i , dengan A_i adalah tahun ke n dan A_j tahun ke $n + 1$ pada data *time series*.

Menentukan *Fuzzy Logic Relationship Group* (FLRG). Pada model Chen tidak melihat pengulangan misal untuk FLRG model Chen $A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_2$ maka akan menghasilkan $A_1 \rightarrow A_1, A_2$.

Melakukan Proses *Defuzzifikasi* dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi. Pada metode *Fuzzy Time Series* model Chen terdapat beberapa aturan prediksi yang harus diperhatikan:

Aturan 1: jika terdapat himpunan *fuzzy* yang tidak memiliki relasi logika *fuzzy*, maka nilai peramalan F_{t+1} adalah nilai tengah dari *current state*.

Aturan 2: jika hanya terdapat suatu relasi logika *fuzzy*, maka nilai peramalan F_{t+1} adalah nilai tengah dari *next state*.

Aturan 3: jika terdapat kelompok relasi logika *fuzzy* $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$ maka F_{t+1} adalah dengan persamaan sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \frac{m_{j1} + m_{j2} + \dots + m_{jn}}{n} \tag{6}$$

Fuzzy Time Series Model Cheng

Tahapan-tahapan metode *Fuzzy Time Series* model Cheng adalah sebagai berikut [9]:

Pembentukan Himpunan Semesta (*Universe of Discourse*).

$$U = [Dmin, Dmax] \tag{10}$$

Dengan $Dmin$ dan $Dmax$ adalah nilai data terkecil dan terbesar.

Tahapan *Fuzzy Time Series* model Cheng pada langkah kedua sampai dengan langkah keempat sama dengan langkah pada *Fuzzy Time Series* model Chen.

Menentukan *Fuzzy Logic Relationship Group* (FLRG). Untuk FLRG model Cheng dengan memberi bobot berdasarkan urutan dan perulangan yang sama.

$$w_{ij} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1p} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p1} & w_{p2} & \dots & w_{pp} \end{bmatrix} \tag{11}$$

Dengan w_{ij} adalah bobot matriks pada baris ke i dan kolom ke j dengan $i, j = 1, 2, \dots, p$. Selanjutnya bobot FLRG diubah ke dalam bentuk matriks pembobot terstandarisasi w_{ij}^* .

$$w_{ij}^* = \begin{bmatrix} w_{11}^* & w_{12}^* & \dots & w_{1p}^* \\ w_{21}^* & w_{22}^* & \dots & w_{2p}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p1}^* & w_{p2}^* & \dots & w_{pp}^* \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\text{Dengan } w_{ij} * = \frac{w_{ij}}{\sum_{j=1}^p w_{ij}}$$

Melakukan Proses *Defuzzifikasi* dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi pada model Cheng dengan menggunakan rumus Cheng.

$$F_i = w_{i1} * (m_1) + w_{i2} * (m_2) + \dots + w_{ip} * (m_{ip}) \quad (13)$$

Fuzzy Time Series Model Singh

Tahapan *Fuzzy Time Series* model Singh yaitu pengerjaan pada langkah pertama sampai dengan langkah kelima sama dengan langkah pada *Fuzzy Time Series* model Chen [10]

Melakukan Proses *Defuzzifikasi* dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi. Mencari D_z (hubungan antara data ke $n, n - 1$ dan $n - 2$).

$$D_z = ||(E_i - E_{i-1})| - |(E_{i-1} - E_{i-2})|| \quad (14)$$

Mencari X_i dan XX_i (hubungan antara data ke n dengan hubungan data 3 tahun terakhir).

$$X_i = E_i + D_z \quad (15)$$

$$XX_i = E_i - D_z \quad (16)$$

Mencari Y_i dan YY_i (hubungan data ke n dengan $1/2$ dari hasil hubungan data 3 tahun terakhir).

$$Y_i = E_i + \frac{D_z}{2} \quad (17)$$

$$YY_i = E_i - \frac{D_z}{2} \quad (18)$$

Menghitung peramalan dengan aturan sebagai berikut. Jika Y_i atau YY_i termasuk ke dalam interval u_j dan A_j maka.

$$F_j = M[* A_j] - \left(\frac{1}{4} \times L[* A_j]\right) \quad (19)$$

Jika tidak, maka lihat dari X_i atau XX_i apakah termasuk termasuk ke dalam interval u_j dan A_j . Jika termasuk maka.

$$F_j = M[* A_j] + \left(\frac{1}{4} \times L[* A_j]\right) \quad (20)$$

Jika tidak juga, maka.

$$F_j = M[* A_j] \quad (21)$$

Dengan E_i adalah data ke n , E_{i-1} adalah data ke $n - 1$, E_{i-2} adalah data ke $n - 2$, F_j adalah nilai peramalan $n + 1$, $M [*A_j]$ adalah nilai tengah interval u_j dari A_j , $L [*A_j]$ adalah panjang interval u_j dari A_j .

Pengukuran Akurasi Prediksi. Menentukan keakuratan nilai prediksi menggunakan *Mean Absolute Percentage Error* (MAPE). Rumus menghitung MAPE sebagai berikut.

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^n \left| \frac{x_t - f_t}{x_t} \right|}{n} \times 100\% \quad (22)$$

Dengan x_t adalah data aktual pada periode ke t , f_t adalah nilai hasil prediksi pada periode ke t , dan n adalah banyaknya data [9]

C. Hasil dan Pembahasan

Analisis Setiap Model

Qiang Song dan Brad S. Chissom menciptakan sebuah metode baru yaitu *Fuzzy Time Series* untuk melakukan sebuah prediksi pada tahun 1991. Berikut merupakan analisis setiap model berdasarkan perbedaan dari setiap *Fuzzy Time Series*.

Tabel 1. Perbedaan Dari Setiap Model

	Model Chen	Model Cheng	Model Singh
Modifikasi dari model	Song & Chissom pada bagian <i>defuzzifikasi</i>	Chen pada bagian himpunan semesta (<i>universe of discourse</i>) dan <i>fuzzy logic relationship group</i> (FLRG).	Chen pada bagian <i>defuzzifikasi</i>
Tahun ditemukan	1995	2008	2007
Perbandingan setiap model	1. Himpunan semesta (<i>universe of discourse</i>) $U = [Dmin - D_1, Dmax + D_2]$	1. Himpunan semesta (<i>universe of discourse</i>) $U = [Dmin, Dmax]$	1. Himpunan semesta (<i>universe of discourse</i>) $U = [Dmin - D_1, Dmax + D_2]$
	2. <i>Fuzzy logic relationship group</i> (FLRG) Pada model Chen tidak melihat pengulangan misal untuk FLRG model Chen $A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_2$ maka akan menghasilkan $A_1 \rightarrow A_1, A_2$.	2. <i>Fuzzy logic relationship group</i> (FLRG) FLRG model Cheng melihat adanya pengulangan. Apabila FLR yang memiliki A_i yang sama maka digabung menjadi satu grup dalam matriks pembobotan w_{ij} .	2. <i>Fuzzy logic relationship group</i> (FLRG) Pada model Singh tidak melihat pengulangan misal untuk FLRG model Chen $A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_1, A_1 \rightarrow A_2$ maka akan menghasilkan $A_1 \rightarrow A_1, A_2$.
	3. <i>Defuzzifikasi</i> Aturan 1: jika terdapat himpunan <i>fuzzy</i> yang tidak memiliki relasi logika <i>fuzzy</i> , maka nilai peramalan F_{t+1} adalah nilai tengah dari <i>current state</i> . Aturan 2: jika hanya terdapat suatu relasi logika <i>fuzzy</i> , maka nilai peramalan F_{t+1} adalah nilai tengah dari <i>next state</i> . Aturan 3: jika terdapat kelompok relasi logika <i>fuzzy</i> $A_i \rightarrow A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jn}$ maka F_{t+1} adalah dengan persamaan sebagai berikut: $F_{t+1} = \frac{m_{j1} + m_{j2} + \dots + m_{jn}}{n}$	$w_{ij} = \begin{bmatrix} w_{11} & w_{12} & \dots & w_{1p} \\ w_{21} & w_{22} & \dots & w_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{p1} & w_{p2} & \dots & w_{pp} \end{bmatrix}$ Diubah menjadi pembobot terstandarisasi w_{ij}^* . $w_{ij}^* = \frac{w_{ij}}{\sum_{j=1}^p w_{ij}}$	3. <i>Defuzzifikasi</i> Berikut merupakan algoritma pada model Singh dalam melakukan proses <i>defuzzifikasi</i> . $D_z = (E_i - E_{i-1}) - (E_{i-1} - E_{i-2}) $ $X_i = E_i + D_z$ $XX_i = E_i - D_z$ $Y_i = E_i + \frac{D_z}{2}$ $YY_i = E_i - \frac{D_z}{2}$
	4. Banyaknya perhitungan dalam <i>defuzzifikasi</i> Pada model Chen hanya terdapat 1 perhitungan.	4. Banyaknya perhitungan dalam <i>defuzzifikasi</i> Pada model Cheng hanya terdapat 1 perhitungan.	3. <i>Defuzzifikasi</i> Pada model Cheng menggunakan model berikut dalam mencari <i>defuzzifikasi</i> . $F_i = w_{i1} * (m_1) + w_{i2} * (m_2) + \dots + w_{ip} * (m_{ip})$

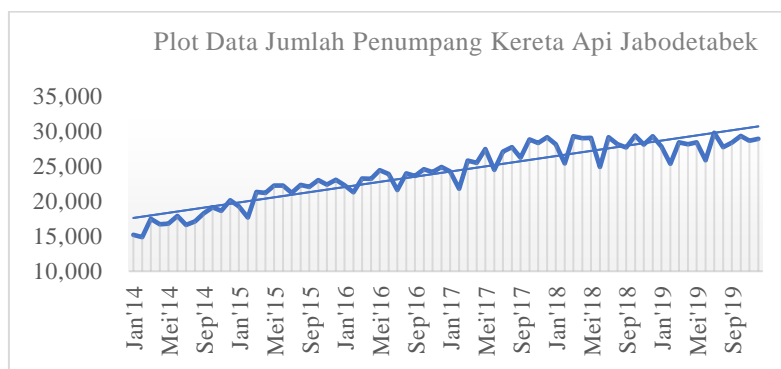
Model Chen	Model Cheng	Model Singh
5. Akurasi prediksi model Chen lebih buruk dibandingkan dengan model Cheng dan Singh [2], [3].	5. Akurasi prediksi lebih baik dibandingkan dengan model Chen [3].	4. Banyaknya perhitungan dalam defuzzifikasi Pada model Singh terdapat 6 perhitungan. 5. Akurasi prediksi lebih baik dibandingkan dengan model Chen [2].

Data Penumpang Kereta Api Jabodetabek

Data yang digunakan yaitu data jumlah penumpang kereta api Jabodetabek.

Tabel 2. Data Jumlah Penumpang Kereta Api Jabodetabek

No	Periode	Jumlah Penumpang	No	Periode	Jumlah Penumpang
1	Januari 2014	15.176	4	April 2014	16.671
2	Februari 2014	14.856	⋮	⋮	⋮
3	Maret 2014	17.471	72	Desember 2019	28.860



Gambar 1. Plot Data Jumlah Penumpang Kereta Api Jabodetabek

Langkah Perhitungan Fuzzy Time Series Model Chen

Pembentukan Himpunan Semesta (*Universe of Discourse*)

$$U = [D_{min} - D_1, D_{max} + D_2] = [14.856 - 356, 29.714 + 286] = [14.500, 30.000]$$

Pembentukan Interval

$$K = 1 + 3,3 \times \log n = 1 + 3,3 \times \log (72) = 7,129197238$$

$$R = [(D_{max} + D_2) - (D_{min} - D_1)] = 30.000 - 14.500 = 15.500$$

$$I = Range (R) / Banyak Kelas (K) = 15.500 / 7 = 2.214,29$$

Tabel 3. Nilai Tengah Dari Setiap Interval

No	Interval	Nilai Tengah (m)
1	$u_1 = [14.500 ; 16.714]$	15.607,14
2	$u_2 = [16.714 ; 18.929]$	17.821,43
⋮	⋮	⋮
7	$u_7 = [27.786 ; 30.000]$	28.892,86

Pembentukan Himpunan Fuzzy dan Melakukan Fuzzifikasi.

Misalkan pada Januari tahun 2014 sebesar 15.176.maka fuzzifikasi adalah A_1 .

Menentukan Fuzzy Logic Relations (FLR).

Tabel 4. *Fuzzy Logic Relations (FLR)*

No	Fuzzifikasi	FLR
1	A_1	
2	A_1	$A_1 \rightarrow A_1$
3	A_2	$A_1 \rightarrow A_2$
⋮	⋮	⋮
72	A_7	$A_7 \rightarrow A_7$

Menentukan *Fuzzy Logic Relationship Group (FLRG)*

Tabel 5. *Fuzzy Logic Relationship Group (FLRG)*

Grup 1	$A_1 \rightarrow A_1, A_2$
Grup 2	$A_2 \rightarrow A_1, A_2, A_3, A_4$
⋮	⋮
Grup 7	$A_7 \rightarrow A_5, A_6, A_7$

Melakukan Proses *Defuzzifikasi* dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi

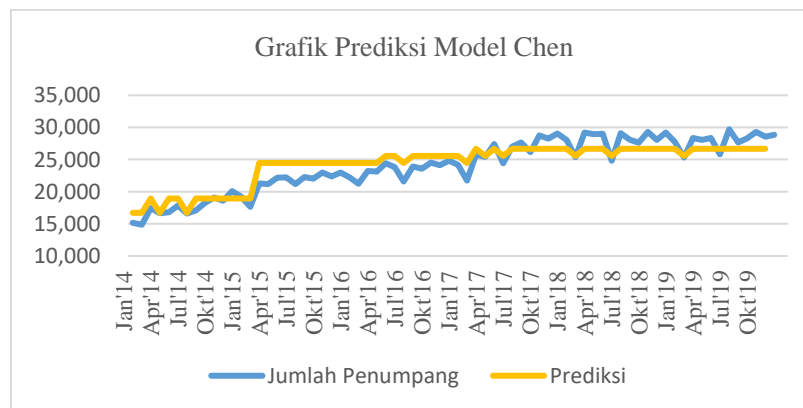
Tabel 6. *Defuzzifikasi*

Grup	Perhitungan $F(t)$	Nilai Prediksi
1	$\frac{15.607,14 + 17.821,43}{2}$	16.714
2	$\frac{15.607,14 + 17.821,43 + 20.035,71 + 22.250,00}{4}$	18.928
⋮	⋮	⋮
7	$\frac{24.464.29 + 26.678.57 + 28.892.86}{3}$	26.678

Tabel 7. *Hasil Prediksi*

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi
1	Januari 2014	15.176	
2	Februari 2014	14.856	16.714
3	Maret 2014	17.471	16.714
⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	26.678

Berikut perbandingan data asli dengan hasil prediksi menggunakan model Chen.



Gambar 2. *Plot Data Hasil Prediksi Model Chen*

Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan error dengan *Mean Absolute Percentage Error*.

Tabel 8. Akurasi Prediksi Model Chen

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi	MAPE
1	Januari 2014	15.176		
2	Februari 2014	14.856	16.714	12,50865
3	Maret 2014	17.471	16.714	4,331259
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	26.678	7,55865755
Akurasi Prediksi				7,21814413

Langkah Perhitungan Fuzzy Time Series Model Cheng

Pembentukan Himpunan Semesta (*Universe of Discourse*)

$$U = [Dmin, Dmax] = [14.856, 29.714]$$

Pembentukan Interval

$$K = 1 + 3,3 \times \log n = 1 + 3,3 \times \log (72) = 7,129197238$$

$$R = Dmax - Dmin = 29.714 - 14.856 = 14.858$$

$$I = Range (R) / Banyak Kelas (K) = 14.858 / 7 = 2.122,57$$

Tabel 9. Nilai Tengah Dari Setiap Interval

No	Interval	Nilai Tengah (m)
1	$u_1 = [14.856 ; 16.979]$	15.917,29
2	$u_2 = [16.979 ; 19.101]$	18.039,86
⋮	⋮	⋮
7	$u_7 = [27.591 ; 29.714]$	28.652,71

Pembentukan Himpunan Fuzzy dan Melakukan Fuzzifikasi

Misalkan pada Januari tahun 2014 sebesar 15.176 maka fuzzifikasi adalah A_1 .

Menentukan Fuzzy Logic Relations (FLR).

Tabel 10. Fuzzy Logic Relations (FLR)

No	Fuzzifikasi	FLR
1	A_1	
2	A_1	$A_1 \rightarrow A_1$
3	A_2	$A_1 \rightarrow A_2$
⋮	⋮	⋮
72	A_7	$A_7 \rightarrow A_7$

Menentukan Fuzzy Logic Relationship Group (FLRG)

Tabel 11. Fuzzy Logic Relationship Group (FLRG)

Grup 1	$A_1 \rightarrow 2(A_1), 3(A_2)$
Grup 2	$A_2 \rightarrow 2(A_1), 3(A_2), A_3, A_4$
⋮	⋮
Grup 7	$A_7 \rightarrow 3(A_5), 2(A_6), 18(A_7)$

Memberi bobot berdasarkan urutan dan perulangan yang sama. FLR yang memiliki A_i yang sama digabung menjadi satu group dalam matriks pembobotan w_{ij} .

$$w_{ij} = \begin{bmatrix} 2 & 3 & - & - & - & - & - \\ 2 & 3 & 1 & 1 & - & - & - \\ - & 1 & 1 & 2 & - & - & - \\ - & - & 2 & 9 & 2 & 1 & - \\ - & - & - & 2 & 6 & 2 & 3 \\ - & - & - & - & 2 & - & 3 \\ - & - & - & - & 3 & 2 & 18 \end{bmatrix}$$

$$w_{ij}^* = \begin{bmatrix} \frac{2}{5} & \frac{3}{5} & - & - & - & - & - \\ \frac{2}{7} & \frac{3}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & - & - & - \\ - & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & - & - & - \\ - & - & \frac{2}{14} & \frac{9}{14} & \frac{2}{14} & \frac{1}{14} & - \\ - & - & - & \frac{2}{13} & \frac{6}{13} & \frac{2}{13} & \frac{3}{13} \\ - & - & - & - & \frac{2}{5} & - & \frac{3}{5} \\ - & - & - & - & \frac{3}{23} & \frac{2}{23} & \frac{18}{23} \end{bmatrix}$$

Melakukan Proses *Defuzzifikasi* dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi

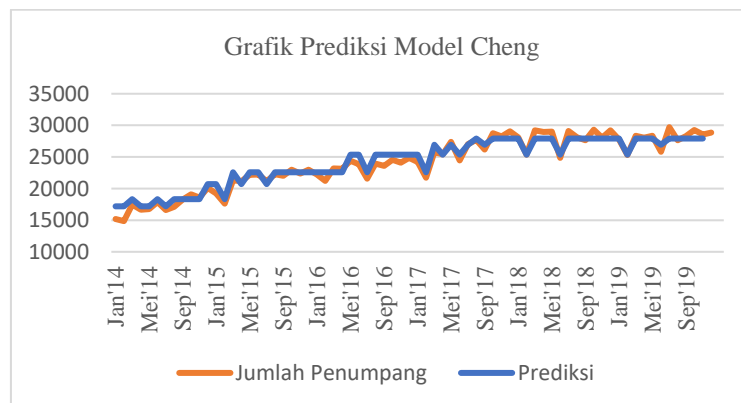
Tabel 12. *Defuzzifikasi*

Grup	Perhitungan F(t)	Nilai Prediksi
1	$\left(\frac{2}{5} \times 15.917,29\right) + \left(\frac{3}{5} \times 18.039,86\right)$	17.190
2	$\left(\frac{2}{7} \times 15.917,29\right) + \left(\frac{3}{7} \times 18.039,86\right) + \left(\frac{1}{7} \times 20.162,43\right) + \left(\frac{1}{7} \times 22.285,00\right)$	18.343
⋮	⋮	⋮
7	$\left(\frac{3}{23} \times 24.407,57\right) + \left(\frac{2}{23} \times 26.530,14\right) + \left(\frac{18}{23} \times 28.652,71\right)$	27.914

Tabel 13. Hasil Prediksi

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi
1	Januari 2014	15.176	
2	Februari 2014	14.856	17.190
3	Maret 2014	17.471	17.190
⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	27.914

Berikut perbandingan data asli dengan hasil prediksi menggunakan model Cheng.



Gambar 3. Plot Data Hasil Prediksi Model Cheng

Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan *error* dengan *Mean Absolute Percentage Error*.

Tabel 14. Akurasi Prediksi Model Cheng

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi	MAPE
1	Januari 2014	15.176		
2	Februari 2014	14.856	17.190	15,7164012
3	Maret 2014	17.471	17.190	1,60363704
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	27.914	3,27640827
Akurasi Prediksi				5,75054227

Langkah Perhitungan Fuzzy Time Series Model Singh

Pada langkah pertama sampai kelima, pengerjaannya sama dengan langkah pada Fuzzy Time Series model Chen. Berikut langkah keenam perhitungan Fuzzy Time Series model Singh.

Melakukan Proses Defuzzifikasi dan Melakukan Perhitungan Nilai Prediksi

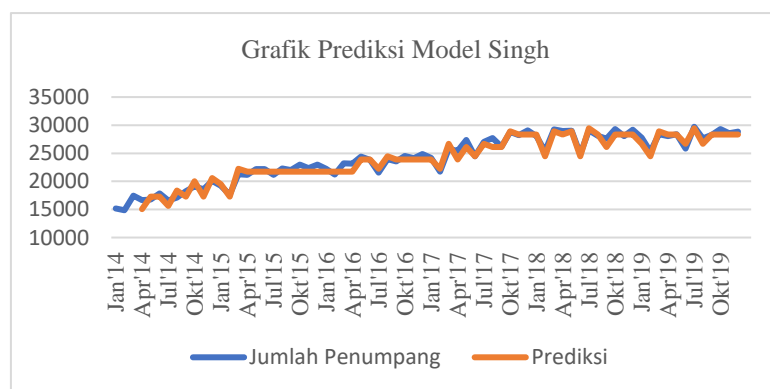
Tabel 15. Defuzzifikasi

No	Jumlah Penumpang	D_z	X_i	XX_i	Y_i	YY_i
1	15.176	-	-	-	-	-
2	14.856	-	-	-	-	-
3	17.471	-	-	-	-	-
4	16.781	1815	18.486,00	14.856,00	17.578,50	15.763,50
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
72	28.860	270	28.833,00	28.293,00	28.698,00	28.428,00

Tabel 16. Hasil Prediksi

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi
1	Januari 2014	15.176	
2	Februari 2014	14.856	
3	Maret 2014	17.471	
4	April 2015	16.781	15.053
⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	28.339

Berikut perbandingan data asli dengan hasil prediksi menggunakan model Singh.



Gambar 4. Plot Data Hasil Prediksi Model Singh

Selanjutnya, akan dilakukan perhitungan error dengan Mean Absolute Percentage Error.

Tabel 17. Akurasi Prediksi Model Singh

No	Periode	Jumlah Penumpang	Hasil Prediksi	MAPE
1	Januari 2014	15.176		
2	Februari 2014	14.856		
3	Maret 2014	17.471		
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
72	Desember 2019	28.860	27.914	1,80
Akurasi Prediksi				2,82

Berikut merupakan tabel perbandingan nilai MAPE yang dihasilkan,

Tabel 18. Perbandingan Nilai MAPE

Model	MAPE
Chen	7,218144139
Cheng	5,750542275
Singh	2,82

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, peneliti menyimpulkan beberapa hasil penelitian sebagai berikut: pada analisis model *Fuzzy Time Series*, model Singh dan model Cheng lebih baik dibandingkan dengan model Chen karena melakukan modifikasi terhadap model Chen.

Perbandingan model dengan menggunakan studi kasus pada data *trend* menghasilkan model Singh lebih baik dibandingkan dengan model Chen dengan nilai MAPE model Singh sebesar 2,82%. Selanjutnya, model Cheng lebih baik dibandingkan dengan model Chen dengan nilai MAPE sebesar 5,7505% dan untuk nilai MAPE model Chen sebesar 7,2181%.

Daftar Pustaka

[1] I. Admirani, “Penerapan Metode *Fuzzy Time Series* Untuk Prediksi Laba Pada Perusahaan,” *Jurnal JUPITER*, vol. 10, no. 1, pp. 19–31, 2018.

[2] O. Kelana, A. Putra, N. Amalita, and A. Salma, “Comparison of the Chen and Singh’s *Fuzzy Time Series* Methods in Forecasting Farmer Exchange Rates in Indonesia,” *UNP Journal of Statistics and Data Science*, vol. 1, no. 4, pp. 264–270, 2023.

[3] A. Febriyanti, “Penerapan Metode *Fuzzy Time Series* Chen dan Cheng Dalam Peramalan Rata-Rata Harga Beras Ditingkat Perdagangan Besar (Grosir) di Indonesia,” 2020.

[4] F. Setiani, “Pengaplikasian *Fuzzy Time Series* Chen dan *Fuzzy Time Series* Cheng Dalam Memprediksi Kurs Rupiah Terhadap Dollar Singapura,” 2019.

[5] H. Zamani, “Perbandingan Metode *Fuzzy Time Series* Model Chen dan Singh Pada Nilai Ekspor Indonesia Tahun 1999-2020,” 2020.

[6] E. Heriansyah and S. Hasibuan, “Implementasi Metode Peramalan Pada Permintaan Bracket Side Stand K59A,” *Jurnal PASTI*, vol. 12, no. 2, pp. 209–223, 2018.

[7] K. Nugroho, “Model Analisis Prediksi Menggunakan Metode *Fuzzy Time Series*,” *INFOKAM*, vol. 12, no. 1, pp. 46–50, 2016.

[8] A. Khofi, D. Arifianto, and I. Saifudin, “Perbandingan Model Chen dan Model Lee pada Metode *Fuzzy Time Series* untuk Peramalan Harga Beras,” 2022.

[9] R. Bakri, S. Inayati, Y. Yuliana, and A. Hanafiah, “Prediksi Jumlah Peserta BPJS Penerima Bantuan Iuran (PBI) APBN Menggunakan Metode *Fuzzy Time Series* Cheng,” *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 15, no. 2, pp. 373–384, 2021.

- [10] M. Putri, “Peramalan Pertumbuhan Luas Areal Perkebunan Rakyat Kopi di Indonesia Pada Masa Mendatan Menggunakan *Fuzzy Time Series* Singh,” 2023.
- [11] S. M. Chen, “Forecasting enrollments based on *Fuzzy Time Series*,” Jun. 1996.
- [12] C. H. Cheng, T. L. Chen, H. J. Teoh, and C. H. Chiang, “Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting,” *Expert Syst Appl*, vol. 34, no. 2, pp. 1126–1132, Feb. 2008, doi: 10.1016/j.eswa.2006.12.021.
- [13] S. R. Singh, “A simple time variant method for *Fuzzy Time Series* forecasting,” *Cybern Syst*, vol. 38, no. 3, pp. 305–321, Mar. 2007, doi: 10.1080/01969720601187354.