

Penerapan Metode *Cubic Spline Interpolation* untuk Menentukan Peluang Kematian pada Tabel Mortalita

Sri Sofiyani, Yurika Permanasari*

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 8/2/2023
Revised : 12/6/2023
Published : 20/7/2023



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 3
No. : 1
Halaman : 29-36
Terbitan : Juli 2023

ABSTRAK

Tabel mortalita merupakan data statistik dari suatu penduduk yang menyatakan peluang seseorang meninggal. Dengan adanya pemodelan tabel mortalita maka dapat diketahui peluang seseorang meninggal. Tabel mortalita dapat ditaksir oleh sebuah metode, salah satunya dengan metode *Cubic spline Interpolation* untuk menaksir peluang kematian masyarakat Indonesia secara umum. Nilai pendekatan peluang kematian seseorang pada umur tertentu diperoleh dari interpolasi *Cubic spline* yang dilanjutkan dengan proses *smoothing Spline*. Interpolasi kubik digunakan untuk menaksir nilai peluang diantara nilai-nilai rentang umur kematian seseorang. Penyelesaian interpolasi *Cubic spline* menggunakan sistem persamaan linier karena fungsi kubik berjalan dari $k = 0$ hingga $k = n - 1$, dalam hal ini sesuai dengan Tabel mortalita 2011, k bergerak dari usia 0 tahun hingga usia 111 tahun. Solusi sistem persamaan linier menggunakan eliminasi Gauss menghasilkan matrik tridiagonal untuk mengetahui titik-titik sebagai koefisien yang belum diketahui. Nilai hasil taksiran menggunakan metode *Cubic spline Interpolation* diujikan menggunakan metode MAPE untuk mengetahui akurasi nilai pendekatan.

Kata Kunci : Tabel Mortalita; Cubic spline interpolation; Smoothing Spline.

ABSTRACT

The mortality table is statistical data from a population that states the probability that someone will die. With the modeling of the mortality table, the probability of someone dying can be known. The mortality table can be estimated by a method, one of which is the *Cubic spline Interpolation* method to estimate the probability of death for Indonesian people in general. The approximate value of the probability of death for a person at a certain age is obtained from the *Cubic spline* interpolation followed by the *Spline* smoothing process. Cubic interpolation is used to estimate the probability value between the values of a person's age at death. The *Cubic spline* interpolation solution uses a *system* of linear equations because the cubic function runs from $k = 0$ to $k = n - 1$, in this case according to the 2011 mortality table, k moves from 0 years old to 111 years old. The solution to a *system* of linear equations using Gaussian elimination produces a tridiagonal matrix to find out the points as unknown coefficients. The estimated value using the *Cubic spline Interpolation* method was tested using the MAPE method to determine the accuracy of the approximation value.

Keywords : Table of Mortality; Cubic spline interpolation; Smoothing Spline.

@ 2023 Jurnal Riset Matematika Unisba Press. All rights reserved.

A. Pendahuluan

Tabel mortalita berhubungan dengan sejarah kehidupan individu atau seseorang dengan hipotesis yang berangsur-angsur berkurang jumlahnya karena kematian [1]. Tabel mortalita terdiri dari dua jenis yaitu tabel mortalita lengkap dimana tabel yang dibuat secara lengkap dan terperinci menurut usia satu tahunan, dan tabel mortalita ringkas (*abridged*) merupakan tabel yang meliputi seluruh usia tetapi tidak terperinci menurut satu tahunan melainkan dengan jenjang tertentu misalnya 5 tahun atau 10 tahunan [2]. Dengan data tabel mortalita memungkinkan adanya ketidak akuratan data atau adanya data yang kurang, maka memungkinkan untuk menggunakan metode perhitungan lain.

Salah satu metode yang bisa digunakan untuk menghitung data pada tabel mortalita yaitu interpolasi. Interpolasi adalah suatu metode untuk menaksir nilai data yang tidak ada atau hilang di antara nilai-nilai data yang diberikan. Persoalan interpolasi polinom merupakan persoalan untuk mencari suatu polinom yang dapat menghubungkan sekumpulan titik yang diketahui. Interpolasi polinom sering digunakan untuk membantu menggambar kurva dari suatu hasil percobaan. Salah satu bentuk penyelesaian interpolasi polinom adalah dengan menggunakan metode interpolasi *Spline Cubic* [3]

Cubic spline yang lebih sering digunakan karena memberikan aproksimasi yang lebih dapat diterima [4]. *Spline* adalah potongan-potongan fungsi yang kontinu pada tiap-tiap titik potongnya. *Cubic Spline Interpolation* pada penelitian ini digunakan untuk tabel mortalita Indonesia 2011, dimana hubungan dengan interpolasi yaitu untuk mendapatkan variabel untuk menaksir nilai peluang kematian dengan menggunakan variabel usia pada data yang tersedia. Dari bilangan tersebut dapat di jelaskan melalui sebuah sistem yang dinamakan sistem persamaan linear [5]. Sistem persamaan linear adalah salah satu langkah dalam penyelesaian interpolasi *cubic spline* dan menjelaskan mengenai variabel dalam data untuk mendapatkan sebuah jawaban atau kesimpulan tertentu, dan terdapat pada penyelasain interpolasi *cubic spline*. Namun, seringkali data yang diperlukan belum bisa diperoleh, padahal kelengkapan data tersebut sangat diperlukan untuk menghasilkan suatu analisis yang akurat. Dengan adanya ketidak akuratan data pada tabel mortalita indonesia 2011 maka bagaimana menaksir peluang kematian dengan menggunakan pendekatan metode *cubic spline interpolation* pada tabel mortalita. Dan tujuan dalam penelitian ini untuk menaksir peluang kematian setelah mencapai usia tertentu dengan menggunakan pendekatan metode *Cubic spline Interpolation* pada tabel mortalita dan untuk melihat kecocokan penaksiran dengan *cubic spline interpolation* pada tabel mortalita.

B. Metode Penelitian

Mortalita

Mortalita atau kematian merupakan salah satu dari tiga komponen demografi yang berpengaruh terhadap struktur penduduk, dua komponen yang lainnya adalah kelahiran (fertilitas) dan mobilitas penduduk. Kematian bisa diartikan sebagai peristiwa hilangnya semua tanda-tanda kehidupan secara permanen, yang bisa terjadi kapan saja bahkan setiap saat setelah kelahiran hidup [6][7]. Indikator mortalita merupakan angka atau indeks, dimana digunakan sebagai dasar untuk menentukan rendah tingginya tingkat kematian suatu penduduk. Keadaan kematian suatu penduduk tidaklah dapat diwakili oleh hanya suatu angka tunggal saja.

Tabel mortalita merupakan tabel yang menyajikan peluang meninggal seseorang. Tabel mortalita berisi daftar dari l_x, d_x, q_x dan sebagainya. Dimana l_x adalah jumlah orang yang hidup pada usia x , sedangkan d_x menyatakan jumlah orang yang meninggal setelah mencapai usia x , jadi antara usia x dan $x + 1$ tahun. Sedangkan q_x merupakan peluang kematian pada rentang usia tertentu. Karena peluang kematian dapat mempengaruhi banyak hal sehingga data harus akurat. Tabel mortalita Indonesia 2011 merupakan data statistik dari penduduk indonesia yang di keluarkan oleh aktuaria yang salah satunya menyatakan peluang seseorang meninggal. Tujuan *cubic spline* adalah untuk menemukan keseimbangan keakuratan data yang tepat antara kecocokan dan kehalusan [8]. Hal ini dapat dihubungkan dengan keseimbangan tabel mortalita Indonesia 2011 untuk menaksir nilai peluang kematian pada rentang usia tertentu.

Sistem Persamaan Linear

Persamaan linear adalah garis yang dihubungkan titik potong pada bidang Kartesius xy yang dapat dituliskan atau direpresentasikan secara aljabar dengan persamaan dalam bentuk [9]. Secara lebih umum, maka kita

mendefinisikan sebuah persamaan linear dalam n variabel x_1, x_2, \dots, x_n sebagai sebuah persamaan yang dapat dinyatakan dalam bentuk :

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \tag{1}$$

dimana a_1, a_2, \dots, a_n dan b adalah bilangan-bilangan real.

Eliminasi Gauss-Jordan adalah suatu cara mengoperasikan nilai-nilai di dalam matriks sehingga menjadi matriks yang lebih sederhana [9]. Salah satu metode penyelesaian persamaan linear dengan menggunakan matriks. Caranya dengan mengubah persamaan linear tersebut ke dalam matriks teraugmentasi dan mengoperasikannya. Setelah menjadi matriks Eselon-baris, lakukan substitusi balik untuk mendapatkan nilai dari variabel-variabel tersebut. Metode ini berangkat dari kenyataan bahwa bila matriks A berbentuk segitiga atas (menggunakan Operasi Baris Elementer) seperti *system* persamaan berikut ini:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \tag{2}$$

Interpolasi

Interpolasi merupakan proses perhitungan dan pencarian nilai suatu fungsi yang grafiknya melewati suatu kumpulan titik yang diberikan. Titik-titik itu merupakan hasil dari suatu fungsi yang telah diketahui atau hasil eksperimen dari suatu percobaan [10] Tujuan utama mendapatkan polinomial hampiran adalah untuk menggantikan suatu fungsi yang rumit dengan fungsi yang lebih sederhana bentuknya dan mudah dimanipulasi. Diantar fungsi –fungsi yang dapat digunakan sebagai fungsi hampiran adalah fungsi polinomial.

Polinom interpolasi bergantung pada nilai-nilai dan banyaknya nilai x dan y yang diberikan [11]. Salah satu contohnya adalah kurva yang mewakili probabilitas kematian dalam waktu yang singkat bagi manusia, seperti fungsi q_x . Probabilitas ini tidak meningkat tajam pada usia termuda akibat kematian neonatus, relatif datar sampai awal remaja, naik perlahan selama remaja, naik dan turun (es khusus untuk laki-laki) selama rentang usia 18-25 (akibat kecelakaan), maka terus meningkat perlahan tetapi pada tingkat yang meningkat untuk usia yang lebih tinggi. [12]

Interpolasi Spline Cubic

Interpolasi polinom bertujuan untuk menemukan fungsi hampiran dari sekumpulan titik untuk dapat menemukan nilai suatu titik yang tidak berada dalam kumpulan titik tersebut namun masih berada dalam rentang titik data [4] Interpolasi merupakan proses perhitungan untuk mendapatkan data yang tidak lengkap pada suatu data. Rumus umum dari interpolasi adalah sebagai berikut:

$$f_j(x) = a_j + b_jh_j + c_jh_j^2 + d_jh_j^3 \tag{3}$$

Dimana a_j, b_j, c_j, d_j merupakan variabel yang tidak lengkap pada data dan dicari menggunakan interpolasi, dan a_j merupakan konstanta ketika $h_j = 0$ maka $a_j = f_j(x) = y_j$, lalu h_j merupakan variabel data yang digunakan untuk menentukan variabel yang tidak lengkap untuk menaksir salah satu variabel yang ada dalam data tersebut. Pada penelitian ini yang digunakan adalah *Cubic Spline Interpolation* yang merupakan lanjutan dari interpolasi polinomial.

Fungsi *spline* merupakan fungsi yang terdiri atas beberapa bagian fungsi polinomial yang dirangkaikan bersama dengan beberapa syarat kelulusan [13]. Berikut fungsi polinomial dengan syarat kelulusan :

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{untuk } x_1 \leq x \leq x_2 \\ f_2(x) & \text{untuk } x_2 \leq x \leq x_3 \\ \vdots & \\ f_{n-1}(x) & \text{untuk } x_{n-1} \leq x \leq x_n \end{cases}$$

dengan $f_k(x) = a_kx^n + a_{k-1}x^{n-1} + \dots + a_2x^2 + a_1x + a_0, n = 1, 2, 3, \dots$ dan $k = 1, 2, 3, \dots (n - 1$

Fungsi Spline berderajat n pada interval $[a, b]$ jika memenuhi syarat-syarat :
 f terdefinisi pada $[a, b]$, $f, f', f'', f''', \dots, f^{n+1}$ kontinu pada interval $[a, b]$
 Terdapat titik-titik x_k (simpul-simpul spline $f(x)$) sehingga

$$a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$$

Dan $f(x)$ merupakan suatu polinomial berderajat $\leq n$ pada setiap sub interval $[x_k, x_{k+1}]$

Cubic Spline

Cubic spline merupakan metode aproksimasi dengan melakukan interpolasi dari titik-titik x yang terletak diantara dua titik x_n dan x_{n+1} dengan mengasumsikan fungsi berbentuk polinomial berpangkat tiga. *Cubic spline* yaitu salah satu bentuk spline yang paling banyak digunakan dalam bidang rekayasa. Dalam fungsi *cubic spline*, setiap pasang titik di interpolasi [14][15]. *Cubic spline* adalah fungsi *cubic* sepotong-sepotong yang memiliki sifat bahwa turunan pertama dan kedua dapat dipaksa untuk kontinu, tidak seperti pendekatan polinomial berurutan dengan titik persimpangan bergerigi. *Cubic spline* digunakan secara luas dalam desain dan pembuatan berbantuan komputer dalam menciptakan permukaan yang halus saat disentuh dan dilihat. *Cubic spline* dipasang ke serangkaian titik, yang disebut simpul, yang memberikan bentuk dasar objek yang dirancang atau dibuat.

Misalkan $\{(x_j, y_j); j = 0, \dots, n\}$ adalah $n + 1$ simpul berbeda dengan $x_0 < x_1 < \dots < x_n$. Fungsi $f(x)$ yaitu *cubic spline* jika ada n polinomial *cubic* $f_j(x)$ dengan koefisien a_j, b_j, c_j , dan d_j yang memenuhi :

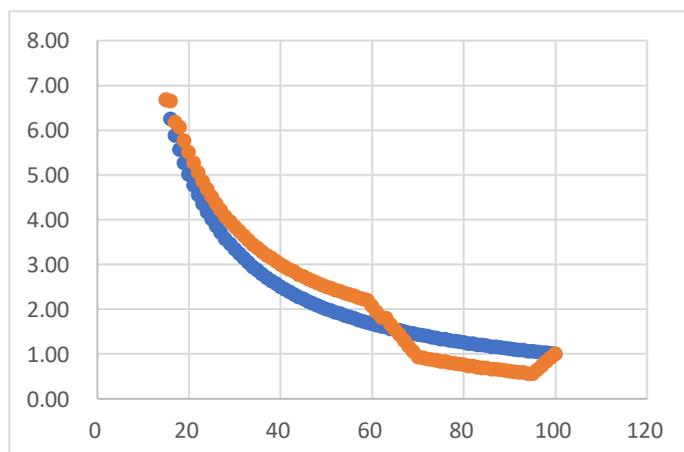
$$f(x) = f_j(x) = a_j + b_j(x - x_j) + c_j(x - x_j)^2 + d_j(x - x_j)^3 \quad \text{untuk} \quad x_j \leq x \leq x_{j+1} \quad \text{dan} \quad j = 0, 2, \dots, n - 1$$

$$\begin{aligned} f(x_j) &= y_j, \quad j = 0, 1, \dots, n. \\ f_j(x_{j+1}) &= f_{j+1}(x_{j+1}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, n \\ f'_j(x_{j+1}) &= f'_{j+1}(x_{j+1}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, n \\ f''_j(x_{j+1}) &= f''_{j+1}(x_{j+1}), \quad j = 0, 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

C. Hasil dan Pembahasan

Cubic spline Interpolation pada Tabel Mortalita 2011

Metode *cubic spline* interpolation didefinisikan sebagai salah satu cara untuk menganalisa tabel mortalita dalam mencari peluang kematian pada Tabel Mortalita Indonesia 2011. Menentukan *range* rentan data terlebih dahulu untuk mendapatkan nilai kemiringan fungsi. Kemiringan *spline* yang dijepit pada titik ujung sama dengan kemiringan fungsi $h(x)$. Kondisi titik akhir ini memaksa *spline* yang dijepit menjadi lebih dekat ke fungsi $h(x)$. Tiga simpul tersebut yaitu melalui $h(15)$, $h(65)$ dan $h(100)$ dimana batas atas dan batas bawah ini diambil dari usia produktif hingga usia tidak produktif, karenilna usia ini merupakan usia yang rentan dalam segi kematian. Hal ini di dapatkan dari titik potong yang dijepit. Dimana titik potong ini didapatkan dari grafik hasil perhitungan fungsi dengan nilai dari 15-100



Gambar 1. Grafik Titik Potong yang Terjepit

Untuk mendapat nilai $h(x)$ dapat dicari dengan persamaan berikut :

$$h(x) = \frac{100}{x} = y, (x_i, y_i) \tag{4}$$

Dimana titik potong ini didapatkan dari grafik hasil perhitungan fungsi dengan nilai dari 15-100 yang berbanding dengan nilai grafik terjepit didapatkan titik-titik (15, 6.67), (65,1.54) dan (100, 1). Dengan nilai tersebut dapat dihitung kondisi batas terjepit dengan persamaan berikut:

$$h'(x) = -\frac{100}{x^2} = y, (y, x) \tag{5}$$

Didapatkan batas terjepit $h'(15) = 0.44, h'(65) = -0.03$ dan $h'(100) = -0.01. f_j(x)$.

Terdapat fungsi awal *cubic spline* sebagai berikut.

$$f_j(x) = a_j + b_j h_j + c_j h_j^2 + d_j h_j^3$$

Dari persamaan tersebut dengan titik-titik fungsi terjepit didapatkan sebuah Persamaan untuk interval pertama dengan batas $15 \leq x \leq 65$ dan interval kedua dengan batas $65 \leq x \leq 100$. di dapatkan persamaan untuk interval pertama

$$f_0(x) = 50 + b_0(x - 2) + c_0(x - 2)^2 + d_0(x - 2)^3$$

Dan persamaan untuk interval kedua yaitu

$$f_1(x) = 25 + b_1(x - 4) + c_1(x - 4)^2 + d_1(x - 4)^3$$

Dari persamaan tersebut didapatkan Sistem Persamaan Linear untuk mendapatkan nilai variabel penaksir. Setelah diketahui enam persamaan linear untuk melanjutkannya dengan mudah maka dihitung dengan menggunakan sistem persamaan linear matriks seperti berikut :

$$\begin{bmatrix} 50 & 2.500 & 125.000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 35 & 1.225 & 42.875 \\ 1 & 100 & 7.500 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 300 & 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 70 & 3.675 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ c_0 \\ d_0 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5.13 \\ -0.54 \\ 0 \\ 0 \\ -0.44 \\ -0.01 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan persamaan diatas untuk mendapatkan nilai untuk variabel $b_0, c_0, d_0, b_1, c_1, d_1$ dilakukan eliminasi Gauss-Jordan. Didapatkan hasil sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ c_0 \\ d_0 \\ b_1 \\ c_1 \\ d_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.44 \\ 0.01111309243 \\ -0.000075490 \\ 0.016545378 \\ -0.001981218 \\ 0.000030533 \end{bmatrix}$$

Dari hasil penyelesaian diperoleh nilai variabel penaksir yaitu $b_0 = -0.44, c_0 = 0.0111,$

$d_0 = -0.0001, b_1 = 0.0166, c_1 = -0.002,$ dan $d_1 = 0.00003.$

Dari perhitungan tersebut untuk nilai $b_0, c_0,$ dan d_0 substitusikan kepada persamaan untuk interval pertama yaitu:

$$f_0(x) = 50 + b_0(x - 2) + c_0(x - 2)^2 + d_0(x - 2)^3,$$

lalu untuk nilai $b_1, c_1,$ dan d_1 disubstitusikan ke persamaan untuk interval kedua

$$f_1(x) = 25 + b_1(x - 4) + c_1(x - 4)^2 + d_1(x - 4)^3$$

$$f_j(x) = \begin{cases} 6.67 - 0.44(x - 15) + 0.0111(x - 15)^2 - 0.00001(x - 15)^3, & 15 \leq x \leq 65 \\ 1.54 - 0.0166(x - 65) - 0.002(x - 65)^2 + 0.0003(x - 65)^3, & 65 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

Hasil persamaan diatas merupakan nilai akhir *cubic spline* yang harus dilakukan *smoothing spline* untuk melihat turunan pertama dan kedua sehingga pada turunan kedua akan dihasilkan nilai peluang kematian. Dalam menemukan fungsi halus $f_j(x)$ untuk *cubic spline* yang akan berfungsi sebagai perkiraan fungsi "sebenarnya" $f_j''(x)$. Untuk *cubic spline smoothing* $f(x)$ itu sendiri harus sampai sehalus mungkin pada data yang diberikan sebanyak mungkin, dengan tujuan mendapatkan nilai akhir [9]. Pada $f_j''(x)$ diasumsikan sebagai nilai peluang kematian, yang dimana pada tabel mortalita yaitu nilai q_x . Adapun langkah untuk menemukan nilai $f_j''(x)$ yaitu jika sudah di ketahui $f_j(x)$ yang sudah terpenuhi maka bisa dilanjutkan dengan langkah menurunkan pada turunan pertama dari persamaan (3) seperti berikut :

$$f_j'(x) = b_j h_j^{1-1} + 2c_j h_j^{2-1} + 3d_j h_j^{3-1} \tag{6}$$

$$f_j''(x) = b_j + 2c_j h_j + 3d_j h_j^2$$

Dari turunan pertama $f_j(x)$ diperoleh persamaan $f_j'(x_j)$, dengan mempertimbangkan representasi Lagrangian untuk memperoleh nilai taksiran digunakan turunan kedua dari fungsi *cubic* yaitu $f''(x)$ maka dilakukan penurunan kembali dari fungsi $f_j'(x_j)$ sehingga diperoleh nilai

$$f_j''(x) = 2c_j h_j^{1-1} + 2.(3d_j h_j^{2-1}) \tag{7}$$

$$f_j''(x) = 2c_j + 6d_j h_j$$

Dari hasil perhitungan terakhir dimana diketahui $f(x)$ sebagai fungsi awal *Cubic spline* dengan variabel x sebagai indikator perhitungan taksiran dimana pada data tabel mortalita dijelaskan sebagai variabel usia , untuk mendapatkan nilai akhir atau peluang kematian yang akurat maka dilanjutkan dengan melakukan pemulusan dengan cara menghitung turunan pertama.

Selanjutnya yaitu menghitung turunan keduanya untuk mendapatkan taksiran nilai peluang kematian dari *Cubic spline Interpolation* sebagai berikut : Dan didapatkan hasil perhitungan kedua sebagai berikut.

$$f''(x) = \begin{cases} 0.0222 - 0.0006x, & 15 \leq x \leq 65 \\ 0.121 + 0.0018x, & 65 \leq x \leq 100 \end{cases}$$

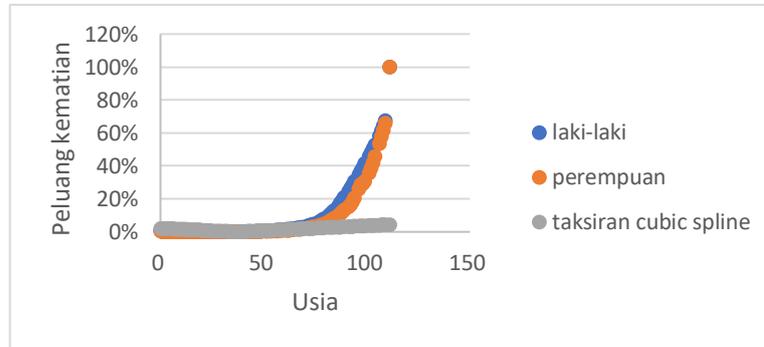
Dari hasil tersebut nilai $f''(x)$ merupakan nilai taksiran dari peluang kematian yang dijelaskan pada tabel mortalita sebagai nilai sebenarnya adalah nilai q_x , dan untuk medapatkan nilai taksiran peluang kematian atau $f''(x)$, maka dilakukan substitusi nilai x untuk mengetahui peluang kematian untuk setiap usia dan diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 1. Taksiran Nilai Peluang Kematian

Usia	q_x laki-laki	q_x perempuan	Taksiran <i>cubic spline</i>
0	0.01	0.00	0.02
1	0.00	0.00	0.02
2	0.00	0.00	0.02
3	0.00	0.00	0.02
4	0.00	0.00	0.02
5	0.00	0.00	0.02
⋮	⋮	⋮	⋮
110	0.71	0.70	0.32
111	1.00	1.00	0.32

Sumber : Data Penelitian yang Sudah Diolah, 2022

Dari tabel diatas merupakan taksiran peluang kematian dari tabel mortalita dimana pada usia 0 tahun ditaksir peluang kematian seseorang yaitu 0.02 atau 2% masyarakat berusia 0 tahun akan meninggal sedangkan peluang kematian pada tabel mortalita yang sebenarnya yaitu 0.01 atau 1% untuk laki-laki dan 0.00 atau 0% untuk perempuan masyarakat berusia 0 tahun akan meninggal, namun tidak sesuai dengan nilai peluang kematian pada tabel mortalita yang sebenarnya dapat dilihat dari grafik yang membandingkan dengan nilai pada tabel mortalita Indonesia 2011.



Gambar 2. Grafik Nilai Taksiran Peluang Kematian dan Nilai Peluang Kematian Sebenarnya

Dari grafik diatas dijelaskan bahwa dari nilai asli pada tabel mortalita denga jenis kelamin perempuan dan laki-laki dinyatakan dari 80 tahun keatas sangat tinggi tingkat kematiannya, dan pada taksiran tabel mortalita dari 80 keatas dibawah 20% tingkat kematiannya. Taksiran dari usia 0-65 tahun cenderung sesuai dengan nilai aslinya namun hal ini baru saja asumsi, untuk lebih memastikan harus di cek keakuratan nilai taksiran tersebut.

Keakuratan nilai taksiran ini dapat dilihat keakuratannya dengan cara menentukan nilai MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*) melalui rumus berikut ini.

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i} \right| \times 100\% \tag{8}$$

Melalui rumus diatas diperoleh hasil nilai MAPE sebagai berikut:

Tabel 2. Perhitungan Keakuratan Nilai Taksiran terhadap Nilai Sebenarnya

Usia	Laki-Laki	Perempuan	Taksiran <i>Cubic spline</i>	MAPE Laki-Laki	MAPE Perempuan
0	1%	0%	2%	1%	1%
1	0%	0%	2%	1%	1%
2	0%	0%	2%	1%	1%
3	0%	0%	2%	1%	1%
4	0%	0%	2%	1%	1%
5	0%	0%	2%	1%	1%
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
110	71%	70%	4%	15%	15%
111	100%	100%	4%	22%	22%
$\sum_{i=1}^n \left \frac{y_i - \hat{y}_i}{\hat{y}_i} \right \times 100\%$				350%	286%
<i>MAPE</i>				3%	3%

Dari hasil tersebut dapat diartikan bahwa keakuratan nilai taksiran berbanding dengan data peluang kematian laki-laki maupun data peluang kematian perempuan yaitu 3%. Dari hasil tersebut dapat disimpulkan bahwa taksiran peluang kematian dengan metode *Cubic spline Interpolation* dinyatakan akurat.

D. Kesimpulan

Berdasarkan pembahasan dalam penelitian ini, metode *Cubic spline Interpolation* dapat menaksira nilai peluang kematian seseorang pada waktu x menggunakan data tabel mortalita 2011. Kontruksi *Cubic spline* dilakukan untuk memperoleh fungsi nilai terjepit yang disebut dengan fungsi Spline. Fungsi nilai terjepit ini akan membentuk suatu persamaan linier yang akan diselesaikan dengan Gauss-Jordan untuk mengetahui nilai koefisien yang belum diketahui. Setelah melakukan proses *smoothing Spline* yaitu dengan mencari nilai turunan kedua dari fungsi, diperoleh nilai taksiran peluang kematian seseorang. Hasil yang didapatkan adalah: pada usia 0 tahun ditaksir peluang kematian seseorang yaitu 0.02 atau 2% masyarakat berusia 0 tahun akan meninggal, sedangkan peluang kematian pada tabel mortalita yang sebenarnya yaitu 0.01 atau 1% untuk laki-laki dan 0.00 atau 0% untuk perempuan masyarakat berusia 0 tahun akan meninggal. Secara umum diperoleh nilai taksiran dari usia 0-65 tahun menggunakan metode *Cubic Spline Interpolation* cenderung sesuai dengan nilai pada tabel Mortalita. Hasil nilai MAPE yang menunjukkan nilai taksiran berbanding dengan data peluang kematian laki-laki maupun data peluang kematian perempuan yaitu 3%, tetapi untuk usia > 65 tahun hasil menunjukkan nilai peluang kematian kurang dari 20%. Hal yang memungkinkan karena terdapat variabel yang tidak diteliti dalam penelitian kali ini seperti pembeda jenis kelamin, karakteristik masyarakat, riwayat penyakit, dan lain sebagainya. Berdasarkan hasil dapat disimpulkan bahwa taksiran peluang kematian dengan metode *Cubic spline Interpolation* dinyatakan akurat untuk taksiran peluang kematian usia 0-65 tahun sedangkan untuk usia > 65 tahun tidak memenuhi syarat akurasi untuk digunakan.

Daftar Pustaka

- [1] K. Ningrum, "Gambaran Penggunaan Tabel Mortalita dalam Penetapan Premi pada Asuransi Jiwa," *UIN Syarif Hidayatullah*, pp. 1–50, 2011.
- [2] J. Taqwa, "Analisis Kontruksi Model Tabe Mortalitas lengkap dan Ringkas (ABRIDGED)Pada Asuransi Jiwa," *UIN Maulana Malik Ibrahim*, pp. 1–50, 2016.
- [3] S. Conte, *Elementary Numerical Analysis : An Algorithmic Approach*. Philadelphia: SIAM, 2018.
- [4] W. Amliza, "Interpolasi Spline kubik periodik," *Jurnal Matematika UNAND*, pp. 1–10, 2021.
- [5] Annisa, "Fungsi Interpolasi untuk Tabel Mortalita," *Institut Pertanian Bogor*, pp. 1–13, 2013.
- [6] B. Utomo, *Mortalitas: pengertian dan contoh kasus di Indonesia*. Jakarta Selatan: Proyek Penelitian Morbiditas dan Mortalitas, Universitas Indonesia, 2019.
- [7] R. Azizah, "Konstruksi Tabel Mortalitas untuk Laki-Laki Menggunakan Hukum Makeham dengan 2019," *Perwira Journal of Science & Engineering*, vol. 2, no. 2, pp. 39–43, 2022.
- [8] S. Klugman, H. Panjer, and G. Willmot, *Loss models : from data to decisions*, 5th ed. Wiley, 2012.
- [9] H. Anton, *Elementary Linear Algebra*. Canada: Wiley, 2018.
- [10] D. Thera, "Penerapan Metode Linear Dan Histogram Equalization untuk Perbesaran dan Perbanyak Citra," *Jurnal Komputer dan Aplikasi*, vol. 8, no. 1, pp. 34–44, 2020.
- [11] R. Munir, *Metode Numerik*. Bandung: nformatika, 2021.
- [12] F. Anggryani, "Analisis Tingkat Mortalitas pada Laporan Tahunan di Rumah Sakit Katolik Budi Rahayu Blitar," *Journal Information Systems for Public Health*, vol. 3, pp. 1–9, 2021.
- [13] Sahid, *Pengantar Komputasi Numeik dengan MATLAB*. Yogyakarta: CV Andi Offset, 2012.
- [14] P. Apriani, "Interpolasi Natural cubic spline dan interpolasi cubic spline dalam penentuan kebutuhan benang tapis lampung," Universitas Bandar Lampung, Lampung, 2019.
- [15] C. Lewis, *Industrial and business forecasting methods*. London: Butterworths, 1982.