

Model SEIR Penyebaran Covid-19 dengan Parameter Penggunaan Masker Kesehatan dan Vaksinasi

Shahnaz Afia, Yani Ramdani*

Prodi Matematika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Islam Bandung, Indonesia.

ARTICLE INFO

Article history :

Received : 6/2/2023
Revised : 11/6/2023
Published : 17/7/2023



Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License.

Volume : 3
No. : 1
Halaman : 1-12
Terbitan : Juli 2023

ABSTRAK

Dalam bidang Matematika, penelitian mengenai penyebaran penyakit dapat dilakukan dengan membentuk model epidemiologi. Salah satu jenis model epidemiologi adalah model SEIR. Pada penelitian ini, model SEIR dikembangkan untuk mengetahui pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi terhadap penyebaran penyakit Covid-19. Keseluruhan populasi dibagi menjadi enam kompartemen, yaitu kompartemen rentan yang tidak menggunakan masker kesehatan, kompartemen rentan yang menggunakan masker kesehatan, kompartemen terpapar, kompartemen terinfeksi yang tidak menggunakan masker kesehatan, kompartemen terinfeksi yang menggunakan masker kesehatan, dan kompartemen sembuh. Model penyebaran Covid-19 dibentuk dengan menyusun diagram kompartemen penyebaran penyakit Covid-19 dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi terlebih dahulu. Setelah model Matematika terbentuk, dilakukan penentuan titik ekuilibrium bebas penyakit, titik ekuilibrium endemik, dan *Basic Reproduction Number*. Kemudian, dilakukan simulasi numerik. Hasil dari penelitian ini menunjukkan bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal saat nilai *basic reproduction* kurang dari satu. Sementara itu, titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal saat nilai *Basic Reproduction Number* lebih dari satu. Selain itu, penelitian ini juga menunjukkan bahwa penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi berperan dalam penurunan nilai *Basic Reproduction Number*.

Kata Kunci : Covid-19; Model SEIR; Titik Ekuilibrium.

ABSTRACT

In Mathematics, research on the spread of a disease can be carried out by establishing an epidemiological model. One type of epidemiological model is the SEIR model. In this study, the SEIR model was developed to determine the effect of mask wearing and vaccination on the spread of Covid-19. The entire population was divided into six compartments, mask wearing and non mask wearing susceptible compartments, exposed compartment, mask wearing and non mask wearing infected compartments, and recovered compartment. The model for the spread of Covid-19 was formed by compiling a compartment diagram for the spread of Covid-19 disease with the parameters of mask wearing and vaccination first. Then, disease-free equilibrium point, endemic equilibrium point, and *Basic Reproduction Number* are determined. After that, numerical simulation was carried out. The results of this study indicate that the disease-free equilibrium point is locally asymptotically stable when the *Basic Reproduction Number* is less than one. Meanwhile, the endemic equilibrium point is locally asymptotically stable when the *Basic Reproduction Number* is larger than one. In addition, this study also shows that mask wearing and vaccinations reduce the value of *Basic Reproduction Number*.

Keywords : Covid-19; SEIR Model; Equilibrium Point.

A. Pendahuluan

Coronavirus disease (Covid-19) merupakan penyakit sistem pernapasan yang disebabkan oleh virus *severe acute respiratory syndrome coronavirus 2* (SARS-Cov-2) [1][2]. Sejak kasus penyakit Covid-19 pertama kali ditemukan di Wuhan, Cina pada bulan Desember 2019, penyakit ini telah menyebar secara luas dan menginfeksi jutaan orang di berbagai negara sehingga ditetapkan sebagai pandemi global oleh *World Health Organization* [3]. Pandemi Covid-19 terjadi di berbagai belahan dunia, tidak terkecuali di Indonesia. Para peneliti dari berbagai bidang mencoba memahami pandemi yang sedang berlangsung ini melalui bidang ilmunya masing-masing. Salah satu bidang ilmu yang dapat berperan serta dalam memahami pandemi ini adalah Matematika melalui model Matematika.

Model Matematika merupakan salah satu bidang Matematika yang digunakan untuk mempresentasikan dan menjelaskan berbagai permasalahan yang terjadi di kehidupan sehari-hari. Model Matematika dapat digunakan untuk memahami dinamika penyebaran penyakit melalui model-model epidemiologi. Model kompartemen digunakan untuk mendeskripsikan penularan suatu penyakit. Salah satu model epidemiologi yang dikenal ialah model epidemi SEIR. Pada dasarnya, model epidemi SEIR membagi populasi ke dalam empat kompartemen, yaitu *susceptible* atau rentan, *exposed* atau terpapar, *infected* atau terinfeksi, dan *recovered* atau sembuh. Dalam berbagai penelitian yang telah dilakukan, model SEIR mengalami pengembangan berupa penambahan kompartemen dan parameter. Penambahan kompartemen dan parameter dilakukan untuk memahami pengaruh dari berbagai tindakan pada dinamika penyebaran penyakit.

Pada penelitian ini, dilakukan pembentukan model SEIR menggunakan enam kompartemen dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi. Penelitian ini dilakukan untuk mengetahui kestabilan titik ekuilibrium bebas penyakit dan titik ekuilibrium endemik serta pengaruh penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi terhadap penyebaran penyakit Covid-19 di Indonesia.

B. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dan kualitatif. Langkah-langkah yang dilakukan dalam penelitian pembentukan model Matematika dari penyebaran penyakit Covid-19 dengan parameter penggunaan masker dan vaksinasi meliputi: (1) Studi Literatur; (2) Pembuatan Asumsi; (3) Konstruksi Model; (4) Penentuan Titik Ekuilibrium dan *Basic Reproduction Number*; (5) Estimasi Parameter, dan (6) Simulasi Hasil.

C. Hasil dan Pembahasan

Asumsi Pembentukan Model

Pembuatan asumsi merupakan penyusunan kondisi-kondisi yang menjadi dasar pertimbangan dalam pembentukan model Matematika. Pembuatan asumsi dilakukan untuk menyederhanakan permasalahan yang akan dibuat modelnya agar model Matematika yang dibentuk berada dalam ruang lingkup yang ingin dikaji oleh pembuat model. Asumsi-asumsi pembentukan model SEIR penyebaran Covid-19 dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi terdiri dari:

(1) Virus penyebab penyakit Covid-19 adalah virus SARS-Cov-2; (2) Populasi tertutup, yaitu ukuran populasi konstan selama periode penelitian di mana tidak terjadi penambahan individu melalui migrasi maupun pengurangan individu melalui emigrasi; (3) Parameter kelahiran dan kematian dalam populasi diasumsikan sama. Hal tersebut berarti jumlah total populasi adalah konstan; (4) Setiap kelompok atau sub populasi dapat mengalami kematian alami atau kematian yang tidak disebabkan oleh penyakit Covid-19; (5) Kematian yang diakibatkan penyakit Covid-19 diabaikan; (6) Parameter vaksinasi menyatakan persentase populasi yang telah melakukan vaksinasi sampai dengan dosis ketiga; (7) Setiap individu berpeluang sama besar untuk melakukan kontak dengan individu lain dalam satu populasi yang berarti populasi dianggap bercampur dengan homogen; (8) Individu baru lahir dan belum melaksanakan vaksinasi hingga dosis ketiganya termasuk ke dalam kelompok rentan yang tidak menggunakan masker kesehatan (S_1); (9) Individu dalam populasi N yang telah divaksin akan termasuk ke dalam kelompok sembuh (R); (10) Individu yang termasuk ke dalam kelompok rentan terhadap penyakit Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan (S_2) tidak dapat tertular virus penyebab penyakit Covid-19; (11) Individu yang termasuk ke dalam kelompok rentan terhadap penyakit

Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan (S_2) akan termasuk ke dalam kelompok rentan terhadap penyakit Covid-19 yang tidak menggunakan masker kesehatan (S_1) apabila berhenti menggunakan masker; (12) Individu dalam kelompok terjangkit penyakit Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan (I_2) akan termasuk ke dalam kelompok terjangkit penyakit Covid-19 yang tidak menggunakan masker kesehatan (I_1) apabila berhenti menggunakan masker; (13) Tidak ada interaksi yang terjadi antara kelompok rentan terhadap penyakit Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan (S_2) dan kelompok pengguna masker kesehatan yang terjangkit penyakit Covid-19 (I_2); (14) Infeksi virus SARS-Cov-2 melalui kontak antara individu rentan terhadap penyakit Covid-19 dengan individu terinfeksi virus SARS-Cov-2; (15) Setiap individu yang terjangkit penyakit Covid-19 dapat sembuh dari penyakit Covid-19; (16) Individu yang dinyatakan sembuh dari penyakit Covid-19 dianggap memiliki kekebalan terhadap penyakit Covid-19 sehingga tidak dapat terjangkit penyakit Covid-19 kembali; (17) Individu yang telah divaksin dianggap memiliki kekebalan terhadap penyakit Covid-19 sehingga tidak dapat terjangkit penyakit Covid-19.

Variabel-variabel yang digunakan model SEIR penyebaran Covid-19 di Indonesia dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi terdapat pada tabel 1. Parameter yang digunakan dalam model penyebaran Covid-19 dengan parameter penggunaan masker dan vaksinasi dapat dilihat pada tabel 2.

Tabel 1. Variabel Model SEIR Penyebaran Covid-19

No.	Variabel	Syarat	Keterangan	Satuan
1.	$S_1(t)$	$S_1(t) \geq 0$	Jumlah individu rentan terhadap penyakit Covid-19 yang tidak menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t.	Individu
2.	$S_2(t)$	$S_2(t) \geq 0$	Jumlah individu rentan terhadap penyakit Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t.	Individu
3.	$E(t)$	$E(t) \geq 0$	Jumlah individu yang terpapar virus korona pada waktu ke-t.	Individu
4.	$I_1(t)$	$I_1(t) \geq 0$	Jumlah individu terjangkit penyakit Covid-19 yang tidak menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t.	Individu
5.	$I_2(t)$	$I_2(t) \geq 0$	Jumlah individu terjangkit penyakit Covid-19 yang menggunakan masker kesehatan pada waktu ke-t.	Individu
6.	$R(t)$	$R(t) \geq 0$	Jumlah individu yang sembuh dari penyakit Covid-19 pada waktu ke-t.	Individu

Tabel 2. Parameter Model SEIR Penyebaran Covid-19

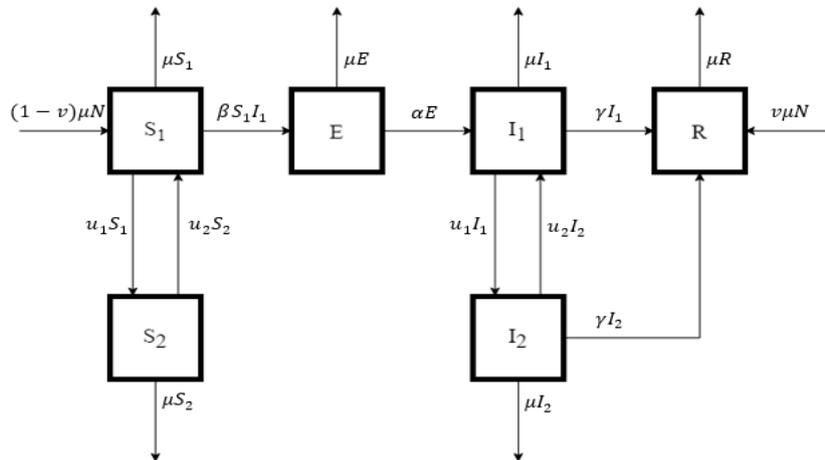
No.	Parameter	Syarat	Keterangan	Satuan
1.	μ	$\mu \geq 0$	Parameter kelahiran dan kematian alami.	Per hari
2.	u_1	$u_1 \geq 0$	Parameter penggunaan masker kesehatan.	Per hari
3.	u_2	$u_2 \geq 0$	Parameter pelepasan masker kesehatan.	Per hari
4.	β	$\beta \geq 0$	Parameter penularan penyakit atau perubahan individu rentan menjadi individu terpapar setelah melakukan kontak dengan individu terinfeksi.	Per individu per hari
5.	α	$\alpha \geq 0$	Parameter perubahan individu terpapar menjadi individu terinfeksi.	Individu per hari
6.	γ	$\gamma \geq 0$	Parameter kesembuhan individu yang terinfeksi menjadi individu sembuh.	Individu per hari

Lanjutan Tabel 3. Parameter Model SEIR Penyebaran Covid-19

No.	Parameter	Syarat	Keterangan	Satuan
7.	v	$v \geq 0$	Parameter pemberian vaksinasi kepada individu dalam kelompok rentan.	

Konstruksi Model

Secara skematis, penyebaran Covid-19 di Indonesia dengan penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Diagram Kompartemen Model SEIR Penyebaran Covid-19 di Indonesia dengan Parameter Penggunaan Masker Kesehatan dan Vaksinasi

Model Matematika yang terbentuk dari diagram kompartemen pada gambar di atas merupakan sistem persamaan diferensial sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS_1}{dt} &= (1 - v)\mu N + u_2S_2 - u_1S_1 - \beta S_1I_1 - \mu S_1 \\
 \frac{dS_2}{dt} &= u_1S_1 - u_2S_2 - \mu S_2 \\
 \frac{dE}{dt} &= \beta S_1I_1 - \alpha E - \mu E \\
 \frac{dI_1}{dt} &= \alpha E + u_2I_2 - u_1I_1 - \gamma I_1 - \mu I_1 \\
 \frac{dI_2}{dt} &= u_1I_1 - u_2I_2 - \gamma I_2 - \mu I_2 \\
 \frac{dR}{dt} &= v\mu N + \gamma I_1 + \gamma I_2 - \mu R
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

Di mana $N(t)$ merupakan jumlah total populasi pada waktu t di mana

$$N(t) = S_1(t) + S_2(t) + E(t) + I_1(t) + I_2(t) + R(t)
 \tag{2}$$

Untuk penyederhanaan penulisan, misalkan

$$N(t) = N, S_1(t) = S_1, S_2(t) = S_2, E(t) = E, I_1(t) = I_1, I_2(t) = I_2, R(t) = R$$

Dari sistem (1) diketahui bahwa

$$\begin{aligned} \frac{dN}{dt} &= \frac{dS_1}{dt} + \frac{dS_2}{dt} + \frac{dE}{dt} + \frac{dI_1}{dt} + \frac{dI_2}{dt} + \frac{dR}{dt} \\ \frac{dN}{dt} &= \mu N - \mu S_1 - \mu S_2 - \mu E - \mu I_1 - \mu I_2 - \mu R \\ \frac{dN}{dt} &= \mu N - \mu(S_1 + S_2 + E + I_1 + I_2 + R) \\ \frac{dN}{dt} &= \mu N - \mu N \\ \frac{dN}{dt} &= 0 \end{aligned}$$

Hasil tersebut menunjukkan bahwa model Matematika yang dibentuk telah memenuhi asumsi jumlah total populasi adalah konstan. Sistem (1) dapat dibentuk ke dalam model non dimensional [4]. Untuk menyederhanakan sistem persamaan tersebut, proporsi jumlah individu dalam masing-masing sub populasi dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$s_1 = \frac{S_1}{N}, s_2 = \frac{S_2}{N}, e = \frac{E}{N}, i_1 = \frac{I_1}{N}, i_2 = \frac{I_2}{N}, r = \frac{R}{N} \tag{3}$$

Dari persamaan (3) dapat diperoleh

$$s_1 + s_2 + e + i_1 + i_2 + r = \frac{S_1}{N} + \frac{S_2}{N} + \frac{E}{N} + \frac{I_1}{N} + \frac{I_2}{N} + \frac{R}{N} = 1$$

Berdasarkan persamaan (3), sistem (1) dapat dibentuk ke dalam model non dimensional sehingga menjadi

$$\begin{aligned} \frac{ds_1}{dt} &= (1 - v)\mu + u_2s_2 - u_1s_1 - \beta s_1i_1 - \mu s_1 \\ \frac{ds_2}{dt} &= u_1s_1 - u_2s_2 - \mu s_2 \\ \frac{de}{dt} &= \beta s_1i_1 - \alpha e - \mu e \\ \frac{di_1}{dt} &= \alpha e + u_2i_2 - u_1i_1 - \gamma i_1 - \mu i_1 \\ \frac{di_2}{dt} &= u_1i_1 - u_2i_2 - \gamma i_2 - \mu i_2 \\ \frac{dr}{dt} &= v\mu + \gamma i_1 + \gamma i_2 - \mu r \end{aligned} \tag{4}$$

Selanjutnya, dapat dilihat pada sistem persamaan (4) bahwa variabel r tidak berpengaruh pada persamaan laju perubahan jumlah individu terjadap waktu dalam sub populasi lain. Oleh karena itu, persamaan r dapat diabaikan dari sistem untuk sementara sehingga sistem persamaan (4) dapat ditulis menjadi

$$\begin{aligned}
 \frac{ds_1}{dt} &= (1-v)\mu + u_2s_2 - u_1s_1 - \beta s_1i_1 - \mu s_1 \\
 \frac{ds_2}{dt} &= u_1s_1 - u_2s_2 - \mu s_2 \\
 \frac{de}{dt} &= \beta s_1i_1 - \alpha e - \mu e \\
 \frac{di_1}{dt} &= \alpha e + u_2i_2 - u_1i_1 - \gamma i_1 - \mu i_1 \\
 \frac{di_2}{dt} &= u_1i_1 - u_2i_2 - \gamma i_2 - \mu i_2
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Sistem persamaan (5) merupakan sistem persamaan diferensial non linear yang menggambarkan penyebaran penyakit Covid-19 dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi.

Titik Ekuilibrium dan Basic Reproduction Number

Titik ekuilibrium merupakan titik yang nilainya tidak berubah terhadap waktu. Titik ekuilibrium diperoleh apabila laju perubahan jumlah individu terhadap waktu pada setiap sub populasi adalah sama dengan nol sehingga dari sistem persamaan (4) diperoleh

$$(1-v)\mu + u_2s_2 - u_1s_1 - \beta s_1i_1 - \mu s_1 = 0 \tag{5}$$

$$u_1s_1 - u_2s_2 - \mu s_2 = 0 \tag{6}$$

$$\beta s_1i_1 - \alpha e - \mu e = 0 \tag{7}$$

$$\alpha e + u_2i_2 - u_1i_1 - \gamma i_1 - \mu i_1 = 0 \tag{8}$$

$$u_1i_1 - u_2i_2 - \gamma i_2 - \mu i_2 = 0 \tag{9}$$

Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit

Titik ekuilibrium bebas penyakit diperoleh pada kondisi dimana tidak terdapat individu yang terjangkit penyakit dalam populasi atau $i_1 = i_2 = 0$. Dengan kata lain, kondisi tersebut menunjukkan tidak terjadinya penularan penyakit dalam populasi. Melalui proses substitusi, diperoleh titik ekuilibrium bebas penyakit

$$P_1(s_1, s_2, e, i_1, i_2)$$

dengan

$$\begin{aligned}
 s_1 &= \frac{(1-v)(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} \\
 s_2 &= \frac{u_1 \left(\frac{(1-v)(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} \right)}{\mu + u_2} \\
 e &= 0, i_1 = 0, i_2 = 0
 \end{aligned}$$

Basic Reproduction Number

Basic Reproduction Number atau bilangan reproduksi dasar menyatakan jumlah individu rentan yang dapat terinfeksi penyakit setelah melakukan kontak dengan individu yang terinfeksi [5]. Besaran *Basic Reproduction Number* tidak memiliki dimensi dan bernilai ambang satu ($R_0 = 1$). Berikut kemungkinan-kemungkinan yang berkaitan dengan nilai R_0 beserta artinya: (1) Nilai $R_0 > 1$ berarti individu terinfeksi menularkan penyakit kepada lebih dari satu individu rentan selama masa infeksinya sehingga tercipta kondisi wabah.

Titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal saat $R_0 > 1$ [6]; (2) Nilai $R_0 < 1$ berarti interaksi antara individu terinfeksi dan individu rentan tidak menghasilkan penularan sehingga tercipta kondisi bebas penyakit. Titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal saat $R_0 < 1$ [6].

Penentuan *Basic Reproduction Number* dari model penyebaran Covid-19 dengan parameter penggunaan masker kesehatan dan vaksinasi pada sistem (4) dilakukan menggunakan metode *next generation matrices* dengan langkah-langkah sebagai berikut:

Pembentukan sub sistem terinfeksi, Sub sistem terinfeksi terdiri dari persamaan-persamaan yang merepresentasikan terjadinya kasus terinfeksi dan perubahan kompartemen terinfeksi dalam sistem persamaan. Dari sistem (4), persamaan-persamaan yang membentuk subsistem terinfeksi tersebut terdiri dari persamaan-persamaan berikut

$$\begin{aligned} \frac{de}{dt} &= \beta s_1 i_1 - \alpha e - \mu e \\ \frac{di_1}{dt} &= \alpha e + u_2 i_2 - u_1 i_1 - \gamma i_1 - \mu i_1 \\ \frac{di_2}{dt} &= u_1 i_1 - u_2 i_2 - \gamma i_2 - \mu i_2 \end{aligned}$$

Linearisasi sub sistem terinfeksi di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit sehingga diperoleh matriks Jacobian. Linearisasi sub sistem terinfeksi dilakukan di sekitar titik ekuilibrium bebas penyakit sehingga diperoleh matriks Jacobian sebagai berikut

$$J_{(s_1, s_2, e, i_1, i_2)} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \mu) & \frac{\beta(1-v)(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} & 0 \\ \alpha & -(u_1 + \gamma + \mu) & u_2 \\ 0 & u_1 & -(u_2 + \gamma + \mu) \end{bmatrix}$$

Dekomposisi matriks Jacobian menjadi matriks T dan matriks Σ dimana

$$J_{(s_1, s_2, e, i_1, i_2)} = T + \Sigma.$$

Matriks T merupakan matriks transmisi yang menggambarkan penularan penyakit atau munculnya infeksi baru. Sementara itu, matriks Σ merupakan matriks transisi yang menggambarkan perubahan pada kompartemen terinfeksi.

$$\begin{aligned} T &= \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta(1-v)(\mu + u_2)}{\mu + u_1 + u_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Sigma &= \begin{bmatrix} -(\alpha + \mu) & 0 & 0 \\ \alpha & -(u_1 + \gamma + \mu) & u_2 \\ 0 & u_1 & -(u_2 + \gamma + \mu) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Pencarian nilai eigen dari matriks $T\Sigma^{-1}$ dimana *basic reproduction number* merupakan radius spektral atau nilai eigen terbesar dari matriks $T\Sigma^{-1}$ sehingga diperoleh

$$R_0 = \frac{\alpha\beta(1-v)(\mu+u_2)(\mu+u_2+\gamma)}{(\mu+u_1+u_2)(\mu+\alpha)(\mu+\gamma)(\mu+u_1+u_2+\gamma)}$$

Titik Ekuilibrium Endemik

Titik ekuilibrium endemik diperoleh pada kondisi dimana $i_1 > 0$ dan $i_2 > 0$ atau terdapat individu terjangkit penyakit dalam populasi. Hal tersebut dapat diartikan juga bahwa terjadi penyebaran penyakit dalam populasi. Melalui proses substitusi, diperoleh titik ekuilibrium endemik yaitu

$$P_2(s_1^*, s_2^*, e^*, i_1^*, i_2^*)$$

dengan

$$s_1^* = \frac{(\alpha + \mu)(\gamma + \mu)(\gamma + \mu + u_1 + u_2)}{\alpha\beta(u_2 + \gamma + \mu)}$$

$$s_2^* = \frac{u_1 s_1^*}{\mu + u_2}$$

$$e^* = \frac{\beta s_1^* i_1^*}{\alpha + \mu}$$

$$i_1^* = \frac{\mu}{\beta} \left(\frac{\alpha\beta(u_2 + \gamma + \mu)(1-v)(u_2 + \mu) - (u_1 + u_2 + \mu)(\gamma + \mu)(\gamma + \mu + u_1 + u_2)(\alpha + \mu)}{(\gamma + \mu)(\gamma + \mu + u_1 + u_2)(\alpha + \mu)(\mu + u_2)} \right)$$

$$i_2^* = \frac{u_1 i_1^*}{u_2 + \gamma + \mu}$$

Simulasi Numerik

Sebelum dilakukan simulasi numerik menggunakan *software* Maple 18, dilakukan penentuan nilai awal variabel serta estimasi nilai-nilai parameter yang akan digunakan dalam proses simulasi numerik. Tabel 3 menampilkan nilai awal variabel

Tabel 4. Nilai Awal Variabel

Variabel	$N(0)$	$s_1(0)$	$s_2(0)$	$e(0)$	$i_1(0)$	$i_2(0)$
Nilai Awal	275800000	0.6	0.5	0.3	0.15	0.2
Sumber	[7]	Asumsi	Asumsi	Asumsi	Asumsi	Asumsi

Tabel 4 menampilkan estimasi nilai parameter μ, β, α , dan γ

Tabel 5. Estimasi Nilai Parameter μ, β, α , dan γ

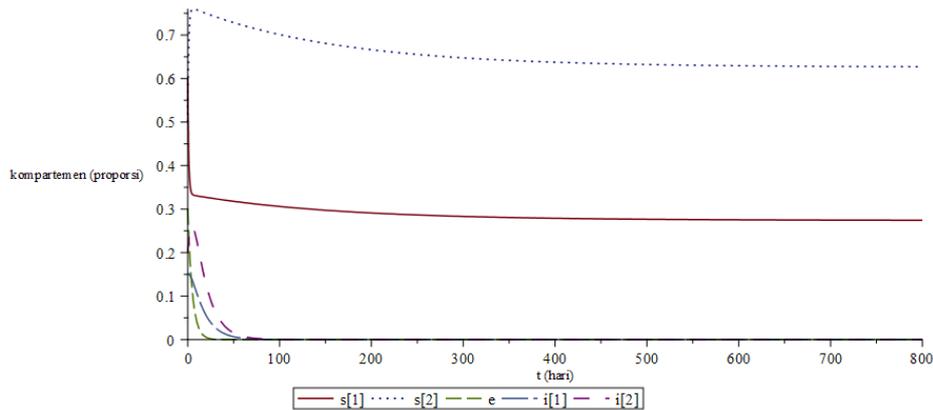
Parameter	μ	β	α	γ
Nilai	6.25×10^{-3}	0.62×10^{-8}	0.1972387	0.06578947
Sumber	[8]	[8]	[9]	[9]

Tabel 5 menampilkan estimasi nilai parameter u_1, u_2 , dan v

Tabel 6. Estimasi Nilai Parameter u_1, u_2 , dan v

Parameter	u_1	u_2	v
Nilai 1	70%	30%	10%
Nilai 2	30%	70%	50%
Sumber	Asumsi	Asumsi	Asumsi

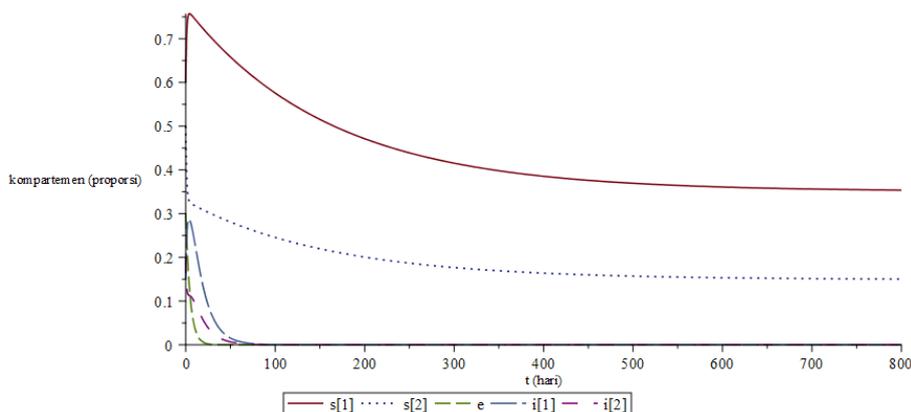
Hasil simulasi numerik untuk nilai parameter $u_1 = 70\%, u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$ dapat dilihat pada gambar 2 berikut



Gambar 2. Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit untuk $u_1 = 70\%, u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$

Nilai *Basic Reproduction Number* untuk nilai parameter $u_1 = 70\%, u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$ diperoleh sebesar $7.929831694 \times 10^{-9}$ di mana $R_0 < 1$. Dari hasil simulasi numerik pada gambar 2 di atas, dapat diketahui bahwa kondisi stabil asimtotik lokal terjadi pada nilai proporsi $s_1 = 0.2739130435, s_2 = 0.6260869565, e = 0, i_1 = 0, i_2 = 0$, dan $r = 0.1$. Jumlah masing-masing sub populasi adalah $S_1 = 75545217, S_2 = 172674783, E = 0, I_1 = 0, I_2 = 0$, dan nilai $R = 27580000$.

Hasil simulasi numerik untuk nilai parameter $u_1 = 30\%, u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$ dapat dilihat pada gambar 3 berikut

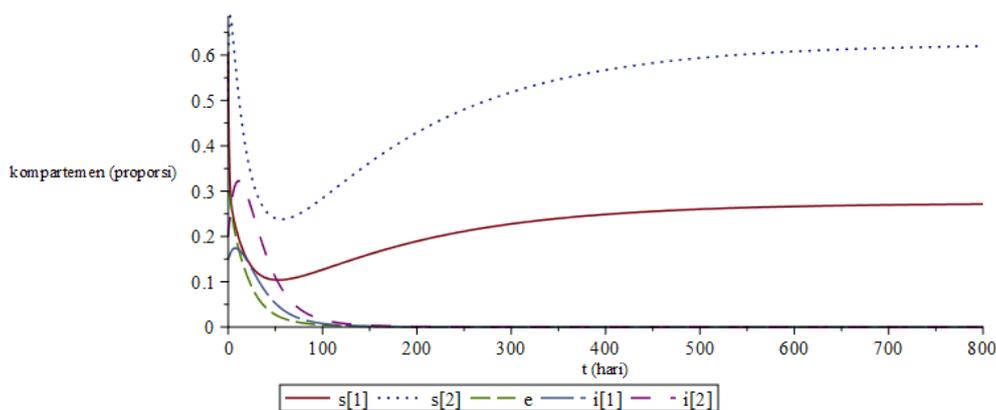


Gambar 3. Titik Ekuilibrium Bebas Penyakit untuk $u_1 = 30\%, u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$

Nilai *Basic Reproduction Number* untuk nilai parameter $u_1 = 30\%$, $u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$ diperoleh sebesar $2.108260708 \times 10^{-8}$ di mana $R_0 < 1$. Dari hasil simulasi numerik pada gambar 3 di atas, dapat diketahui bahwa kondisi stabil asimtotik lokal terjadi pada nilai proporsi $s_1 = 0.3509316770$, $s_2 = 0.1490683230$, $e = 0$, $i_1 = 0$, $i_2 = 0$, dan $r = 0.5$. Jumlah masing-masing sub populasi adalah $S_1 = 96786957$, $S_2 = 41113043$, $E = 0$, $I_1 = 0$, $I_2 = 0$, dan $R = 137900000$.

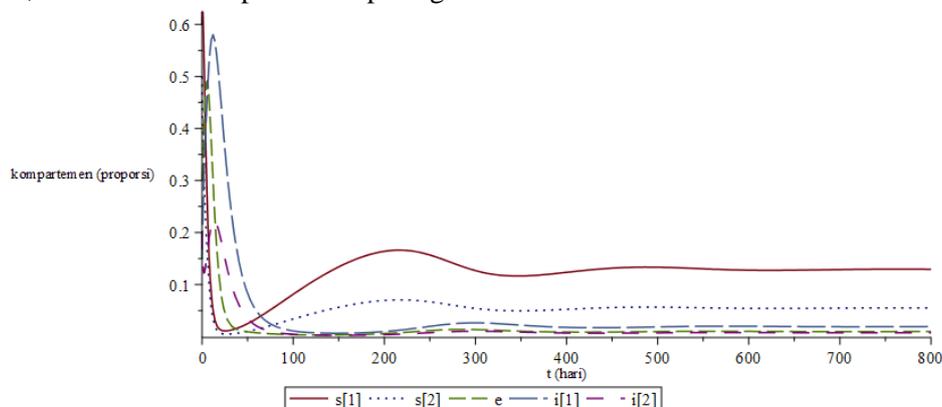
Dari hasil simulasi numerik yang terlihat pada gambar 2 dan gambar 3, dapat diketahui bahwa titik ekuilibrium bebas penyakit stabil asimtotik lokal pada saat nilai $R_0 < 1$. Hal tersebut dapat diartikan bahwa penyakit akan hilang dari populasi pada kondisi-kondisi tertentu yang menyebabkan $R_0 < 1$. Pada kenyataannya, parameter β sulit untuk diestimasi karena penularan suatu penyakit dalam suatu populasi dipengaruhi oleh faktor-faktor seperti manusia (usia dan kondisi sosial ekonomi), lingkungan (cuaca, kondisi udara, dan budaya), dan waktu (waktu dan durasi penelitian) [10].

Pada simulasi numerik berikutnya, parameter β diasumsikan adalah sebesar $\beta = 0.8$ sehingga diperoleh hasil simulasi numerik untuk nilai parameter $u_1 = 70\%$, $u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$ dapat dilihat pada gambar 4 berikut



Gambar 4. Titik Ekuilibrium Endemik untuk $u_1 = 70\%$, $u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$

Nilai *Basic Reproduction Number* untuk nilai parameter $u_1 = 70\%$, $u_2 = 30\%$, dan $v = 10\%$ diperoleh sebesar 1.023204090 di mana $R_0 > 1$. Dari hasil simulasi numerik pada gambar 4 di atas, dapat diketahui bahwa kondisi stabil asimtotik lokal terjadi pada nilai proporsi $s_1 = 0.2677012791$, $s_2 = 0.6118886380$, $e = 0.0006268801098$, $i_1 = 0.0005956406851$, $i_2 = 0.001120710336$, dan $r = 0.1180668518$. Jumlah masing-masing sub populasi adalah $S_1 = 73832013$, $S_2 = 168758886$, $E = 172894$, $I_1 = 164278$, $I_2 = 309092$, dan $R = 32562838$. Hasil simulasi numerik untuk nilai parameter $u_1 = 30\%$, $u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$ dapat dilihat pada gambar 5 berikut



Gambar 5. Titik Ekuilibrium Endemik untuk $u_1 = 30\%$, $u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$

Nilai *Basic Reproduction Number* untuk nilai parameter $u_1 = 30\%$, $u_2 = 70\%$, dan $v = 50\%$ diperoleh sebesar 2.720336399 di mana $R_0 > 1$. Dari hasil simulasi numerik pada gambar 5 di atas, dapat diketahui bahwa kondisi stabil asimtotik lokal terjadi pada nilai proporsi $s_1 = 0.1290030443$, $s_2 = 0.05479775333$, $e = 0.009711816985$, $i_1 = 0.0191420908$, $i_2 = 0.007441022056$, dan $r = 0.7798971542$. Jumlah masing-masing sub populasi adalah $S_1 = 35579040$, $S_2 = 15113220$, $E = 2678519$, $I_1 = 5281352$, $I_2 = 2052234$, $R = 215095635$.

Berdasarkan hasil simulasi numerik yang terlihat pada gambar 4 dan gambar 5, dapat diketahui bahwa titik ekuilibrium endemik stabil asimtotik lokal pada saat nilai $R_0 > 1$. Hasil tersebut dapat diartikan bahwa apabila kondisi-kondisi dalam populasi menyebabkan nilai $R_0 > 1$, maka penyakit akan tetap ada dalam populasi dan akan menjadi endemik.

D. Kesimpulan

Dari penjabaran hasil di atas, dapat disimpulkan bahwa (1) Jika $R_0 < 1$, maka titik ekuilibrium bebas penyakit bersifat stabil asimtotik lokal. Dengan kata lain, penyakit akan hilang dari populasi pada kondisi-kondisi yang menyebabkan nilai $R_0 < 1$; (2) Jika $R_0 > 1$, maka titik ekuilibrium endemik bersifat stabil asimtotik lokal. Hal tersebut dapat diartikan bahwa penularan penyakit akan tetap terjadi dalam populasi, penyakit tetap ada dan tidak hilang dalam populasi sehingga terjadi kondisi endemik pada kondisi-kondisi yang menyebabkan nilai $R_0 > 1$; (3) Penggunaan masker kesehatan dan pelaksanaan vaksinasi berperan dalam penurunan nilai *Basic Reproduction Number*. Hasil yang diperoleh dapat diartikan bahwa penggunaan masker kesehatan dan pelaksanaan vaksinasi dapat menekan penyebaran penyakit Covid-19 dalam populasi.

Daftar Pustaka

- [1] S. Kashte, A. Gulbake, S. F. El, A. Iii, and A. Gupta, "COVID - 19 vaccines : rapid development , implications , challenges and future prospects Indian Council of Medical Research," *Human Cell*, vol. 34, no. 3. pp. 711–733, 2021.
- [2] M. A. Alfiansyah and E. Kurniati, "Analisis Portofolio Saham Syariah di Masa Pandemi Covid-19 dengan Menggunakan Multi Indeks Model," *Jurnal Riset Matematika*, pp. 30–36, Jul. 2022, doi: 10.29313/jrm.v2i1.795.
- [3] A. Gupta, S. Kashte, M. Gupta, H. C. Rodriguez, S. S. Gautam, and S. Kadam, "Mesenchymal stem cells and exosome therapy for COVID-19: current status and future perspective," *Hum Cell*, vol. 33, no. 4, pp. 907–918, 2020, doi: 10.1007/s13577-020-00407-w.
- [4] M. Manaqib, I. Fauziah, and M. Mujiyanti, "Mathematical Model for MERS-COV Disease Transmission with Medical Mask Usage and Vaccination," *InPrime: Indonesian Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 1, no. 2, pp. 97–109, 2019, doi: 10.15408/inprime.v1i2.13553.
- [5] F. Brauer, C. Castillo-Chavez, and Z. Feng, *Mathematical Models in Epidemiology*. New York: Springer, 2019. doi: 10.1007/978-1-4939-9828-9_17.
- [6] C. Castillo-Chavez, Z. Feng, and W. Huang, "On The Computation of R_0 and Its Role on Global Stability," no. February, 2001.
- [7] BPS, "Jumlah Penduduk Pertengahan Tahun (Ribu Jiwa), 2020-2022." <https://www.bps.go.id/indicator/12/1975/1/jumlah-penduduk-pertengahan-tahun.html>
- [8] S. Annas, Muh. I. Pratama, Muh. Rifandi, W. Sanusi, and S. Side, "Stability analysis and numerical simulation of SEIR model for pandemic COVID-19 spread in Indonesia," no. January, 2020.
- [9] J. A. Spencer *et al.*, "Epidemiological parameter review and comparative dynamics of influenza, respiratory syncytial virus, rhinovirus, human coronavirus, and adenovirus," *medRxiv*, p. 2020.02.04.20020404, 2020.

[10] A. Aschengrau and G. R. Seage, *Essentials of Epidemiology in Public Health*. 2020.